

**Dokumentation**

**Software-Erstellung:  
Hydrodynamischer Rechenkern für  
NASIM**

**Aachen, Oktober 2014**

## Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Veranlassung</b> .....	<b>2</b>
<b>2</b>	<b>Projektanforderungen</b> .....	<b>4</b>
2.1	Entwicklung des Hydrodynamischen Kerns .....	4
2.2	Datenrecherche Niers .....	4
2.3	Evaluierung Kanalnetzelemente .....	4
2.4	Bericht und Besprechungstermine .....	4
<b>3</b>	<b>Modellgleichung</b> .....	<b>5</b>
3.1	Vereinfachte Grundgleichung: Diffuse Wellenapproximation .....	5
3.2	Conveyance zur Beschreibung der Gewässermorphologie .....	6
3.3	Diffuse Welle angewendet auf Conveyance .....	7
3.4	Randbedingungen und Anfangsbedingungen .....	7
<b>4</b>	<b>Numerische Methoden</b> .....	<b>8</b>
4.1	Ortsdiskretisierung .....	8
4.2	Zeitdiskretisierung .....	9
4.2.1	Explizites Euler-Verfahren .....	9
4.2.2	Implizites Euler-Verfahren .....	9
4.2.3	Vergleich der Verfahren .....	10
4.3	Das gedämpfte Newton-Verfahren .....	10
4.4	Die Jakobimatrix der Residuumsfunktion .....	11
4.5	Lösen des linearen Gleichungssystems .....	11
4.5.1	Compressed Row Storage .....	12
4.5.2	DSS .....	12
4.5.3	Verworfen Alternative zu DSS: GMRES .....	12
4.6	Zeitschrittweitensteuerung .....	13
4.7	Bestimmung der Wurzel .....	13
4.8	Parameterwahl .....	14
<b>5</b>	<b>Umsetzung in C++</b> .....	<b>16</b>
5.1	Aufbau des Gitters .....	16
5.2	Jabron-Austausch-Datei .....	16
5.3	Aufstellen der Residuumsfunktion und der Jakobimatrix .....	16
5.4	Bauwerke .....	17
5.4.1	Wehre .....	17
5.5	Suche in Tabellen .....	18
<b>6</b>	<b>Jabron-Austausch</b> .....	<b>20</b>
6.1	Bestimmung der Wasserhöhe .....	20
6.2	Berechnung der Conveyance für den Ansatz Darcy-Weisbach .....	21
6.2.1	Berechnungen für den Hauptquerschnitt .....	23

6.2.2	Berechnungen für die Teilquerschnitte mit Bewuchs .....	23
6.2.3	Berechnungen für die Trennflächen .....	23
6.2.4	Abflussunwirksame Bereiche .....	26
<b>7</b>	<b>Analysen zur Einstellung der Default-Parameter .....</b>	<b>28</b>
7.1	Welche Parameter gibt es? .....	28
7.2	Wie werden die Parameter variiert? Welche Auswirkungen werden erwartet? .....	28
7.3	Testfälle .....	30
7.4	Auswertung .....	30
7.4.1	Maximale Iterationszahl und maximale Anzahl der Halbierungen des Dämpfungsparameters .....	30
7.4.2	Methode .....	30
7.4.3	Minimale Zeitschrittweite .....	30
7.4.4	Bisektion .....	30
<b>8</b>	<b>Vergleich mit Jabron .....</b>	<b>32</b>
8.1	Vergleich: Ohne Bauwerke .....	32
8.2	Vergleich: Mit Bauwerken .....	35
8.3	Analyse: Vernachlässigte Terme in Diffuser Welle .....	37
<b>9</b>	<b>Anwendungsbeispiel: Niers .....</b>	<b>39</b>
9.1	Modellaufbau .....	39
9.2	Vergleich der Ganglinien .....	39
9.3	Rückstaueffekte .....	41
9.4	Rechenzeiten .....	43

# 1 Veranlassung

An der Niers (Gewässer 2. Ordnung) liegen unzureichende Grundlagendaten vor. Diese werden daher aktuell durch den Niersverband in Absprache mit der BR Düsseldorf erhoben. Der Niersverband stellt NA-Modelle auf und vergibt die Vermessung der Gewässer sowie die Ableitung der Abflusskurven (TAPE18-Daten) abschnittsweise an Ingenieurbüros.

Große Abschnitte der Niers inkl. Nebengewässer haben ein sehr geringes Sohlgefälle. Daher kommt es im Hochwasserfall zu Rückstauwirkungen in den Nebengewässern. Der Wasserspiegel der Niers behindert deren Abfluss. Der Abfluss aus den Nebengebieten in die Niers kann nur eingeschränkt und zeitlich verzögert erfolgen. Dieser Prozess konnte bei den Hochwasserereignissen August und November 2010 beobachtet werden.

Im Mündungsbereich der Niers kann sich bei hohen Maas-Wasserständen ein Rückstau von mehreren Kilometern ergeben.

Beim Zufluss aus kanalisiertem Teilsystemen kann das Wasser in beide Richtungen fließen. Dieser Effekt wird insbesondere dort beobachtet, wo leistungsfähige Pumpen in gefällearme Gewässerstrecken entwässern.

Mit Rückfrage vom 10. April 2013 bat der Niersverband auch das Thema Kanalabfluss einzubeziehen. In NASIM können auch geschlossene Querschnitte und Kanäle definiert werden. Die hydrodynamische Berechnung soll auch für diese Transportelemente erfolgen. Zu ermitteln sind die Abflüsse bei Einstau bzw. Überstau und die sich ergebenden Rückstauwirkungen. Weitere Fragestellungen wie Verzweigungen und Abflusswege bei Überstau bleiben zunächst aber unbeachtet (vgl. **Fehler! Verweisquelle konnte nicht gefunden werden.**).

In der aktuellen NASIM-Version werden Rückstauwirkungen berücksichtigt, soweit dies auch in den grundlegenden Wasserspiegelrechnungen erfolgte (Engstellen, vorgegebene Wasserstände). Dynamische Rückstauwirkungen, die sich aus unterschiedlichen räumlichen Niederschlagsverteilungen, externen Wehrsteuerungen oder Pumpmengen ergeben, können in diesem System nicht behandelt werden.

Mit Hinweis auf die o. g. Anforderungen hat der Niersverband Hydrotec aufgefordert, Möglichkeiten zur Abbildung des Rückstaus in NASIM aufzuzeigen. Bei mehreren Besprechungen 2011 und 2012 wurden die grundsätzliche Aufgabenstellung und verschiedene Lösungsvarianten diskutiert.

Ein konzeptioneller Ansatz mit einer „dV/dQ-Matrix“, die Rückstauwirkungen berücksichtigt, wurde entworfen, aber zugunsten einer offline Kopplung mit SOBEK nicht weiter verfolgt. Die Anforderung, einen integrierten und effizienten Ansatz zu nutzen, blieb daher offen. Insbesondere geht es um die Machbarkeit der erforderlichen Langzeitsimulationen.

Daher wurde in mehreren Gesprächen mit Herrn Koenig, Frau Kaiser, Herrn Yörük und Herrn Rothe der Vorschlag, einen vereinfachten hydrodynamischen Ansatz in NASIM einzubauen, nochmals diskutiert. Hydrotec hat dazu verschiedene neuere Ansätze und Veröffentlichungen analysiert. Das vorgelegte Angebot stellt die Resultate vor und entwirft einen Umsetzungsplan.

Der Vorschlag sieht vor

- 1) Entwicklung eines hydrodynamischen Rechenkerns, der die vorhandene Zielsetzung beachtet und Evaluierung anhand ausgewählter Beispiele an der Niers.
- 2) Bei positivem Ergebnis von „1)“ Realisierung des Ansatzes in Kooperation mit anderen Verbänden (z. B. EG/LV).
- 3) Tests, Dokumentation, Versionserstellung.

Begleitend soll sich eine Studien- oder Masterarbeit mit Grenzen und Risiken beschäftigen.

Der Arbeitsablauf ist so gestaltet, dass in kleinen Schritten gearbeitet wird. Jeder Schritt liefert einen Nutzen. Folgeschritte setzen jeweils ein positives Ergebnis der Vorphase voraus.

## 2 Projektanforderungen

### 2.1 Entwicklung des Hydrodynamischen Kerns

Diese Angebotsposition enthält die Entwicklung des hydrodynamischen Kerns. Dieser hydrodynamische Kern ist eine - von NASIM zunächst unabhängige - Library, die das im Folgenden beschriebene Verfahren implementiert.

Die entwickelte Software wird im Rahmen von Testprogrammen in ausführbare Executables eingebettet. Im Kern handelt es sich aber um eine Programmbibliothek, die nicht von einem Endanwender direkt nutzbar ist.

Algorithmisch basiert diese Library auf den in Kap. 3 entwickelten Grundsätzen.

### 2.2 Datenrecherche Niers

#### Exemplarische Quantifizierung der vernachlässigten Terme

Die in Kap. 3 beschriebenen Grundgleichungen enthalten Terme zur Wellenausbreitung und Beschleunigung, die bei dem unterbreiteten Vorschlag vernachlässigt werden sollen. Ziel dieser Position ist die Abschätzung des daraus resultierenden Fehlers.

Konkret werden die Terme der Gleichung stichpunktartig quantifiziert. Insbesondere geht es darum, die Verluste bei Verengungen und Aufweitungen im Verhältnis zu den anderen Termen zu kennen.

Verwendet werden

- a) synthetisches Beispiel mit Aufeinanderfolge von Trapezprofilen inkl. Aufweitung, Verengung, kleinem und großen Gefälle.
- b) Niersbeispiel mit vermessenen Profile, Ganglinien anhand bereits erstellter hydrodynamischer SOBEK-Berechnungen. Da die Größen nicht unmittelbar abgelesen werden können, sind Sonderauswertungen mit den Hydraulik-Programmen erforderlich.  
Insbesondere ist noch zu klären, wie der Term  $gAS_f$  abgeschätzt werden kann oder ob er ggf. direkt aus SOBEK ausgegeben wird.

Die Ergebnisse dieser Position werden beispielsweise in einer Excel-Tabelle mit Zahlenwerten für ca. 5 ausgewählte Profile und Zeitpunkte zusammengestellt.

### 2.3 Evaluierung Kanalnetzelemente

Gegenstand dieser Position sind Überlegungen ob und wenn ja wie der in 3.1 entwickelte Ansatz auf geschlossene Kanäle anwendbar ist.

Die Ermittlung der Aufteilung bei Netzmaschen bleibt außer Betracht.

### 2.4 Bericht und Besprechungstermine

Ein ca. 30 Seiten umfassender Bericht beschreibt den Rechenkern (verwendete Formeln, Quellen, Vereinfachungen usw.) und die Evaluationsergebnisse.

Wir kalkulieren 2 Arbeitsbesprechungen bei Hydrotec und einen Abschlusstermin beim Niersverband, der dem Niersverband die Grundlage zur Entscheidung für oder gegen die Fortführung des Projektes ermöglicht.

### 3 Modellgleichung

Ansatz: Flachwassergleichungen nach Saint-Venant

$$\text{Impulserhaltung: } \frac{\partial(\frac{Q^2}{A})}{\partial x} + \frac{\partial Q}{\partial t} + gA \frac{\partial y}{\partial x} - gAS_f = 0$$

$$\text{Massenerhaltung: } \frac{\partial Q}{\partial x} + \frac{\partial A}{\partial t} = q$$

Bezeichnung	Einheit	Beschreibung
<b>A</b>	$m^2$	Durchströmte Fläche
<b>g</b>	$m/s^2$	Erdbeschleunigung: $9,81 m/s^2$
<b>Q</b>	$m^3/s$	Abfluss
<b>q</b>	$m^2/s$	Externer Zufluss / Abfluss
<b>S<sub>f</sub></b>	-	Energieliniengefälle (friction loss)
<b>x</b>	$m$	Weg entlang des Gewässers
<b>y</b>	$m$	Geländehöhe des Wasserspiegels (Sohlhöhe + Wasserspiegelhöhe)

#### 3.1 Vereinfachte Grundgleichung: Diffuse Wellenapproximation

Die vollständige Flachwassergleichung besteht aus mehreren additiven Komponenten. Wenn man bestimmte Komponenten der Formel ignoriert, entstehen jeweils vereinfachte Verfahren:

$$\underbrace{\frac{\partial(\frac{Q^2}{A})}{\partial x} + \frac{\partial Q}{\partial t} + gA \frac{\partial y}{\partial x} - gAS_f = 0}_{\text{Normalabfluss}} \quad \underbrace{\frac{\partial Q}{\partial x} + \frac{\partial A}{\partial t} = 0}_{\text{kinematische Wellenapproximation}}$$

$$\underbrace{\hspace{15em}}_{\text{diffuse Wellenapproximation}}$$

$$\underbrace{\hspace{25em}}_{\text{dynamische Wellenapproximation (St. Venant)}} \quad 1 \quad (\text{F1})$$

Die einzelnen Verfahren bilden bestimmte Phänomene ab bzw. vernachlässigen sie. Die folgende Tabelle stellt dar, welche Phänomene von den einzelnen Verfahren unterstützt werden:

<sup>1</sup> [http://tu-dresden.de/die\\_tu\\_dresden/fakultaeten/fakultaet\\_forst\\_geo\\_und\\_hydrowissenschaften/fachrichtung\\_wasserwesen/isiw/sww/lehre/dateien/awe\\_1\\_uebung\\_ws/SaintVenant08.pdf](http://tu-dresden.de/die_tu_dresden/fakultaeten/fakultaet_forst_geo_und_hydrowissenschaften/fachrichtung_wasserwesen/isiw/sww/lehre/dateien/awe_1_uebung_ws/SaintVenant08.pdf)

	Dynamische Welle	Diffuse Welle	Kinematische Welle
Wellenausbreitung	✓	✓	✓
Rückstau	✓	✓	-
Wellendämpfung	✓	✓	-
Beschleunigung	✓	-	-

Mit der diffusen Wellenapproximation kann **Rückstau** modelliert werden.

Der Beschleunigungsterm  $\frac{\partial Q^2}{\partial x A}$  und die Wellenfortpflanzung  $\frac{\partial}{\partial t} Q$  werden hierbei vernachlässigt. Außerdem wird angenommen, dass das Profil nicht trockenfällt, d. h.  $A > 0$  gilt. Insgesamt erhält man die **Modellgleichungen**:

$$\frac{\partial}{\partial t} A + \frac{\partial}{\partial x} Q = q \quad \text{und} \quad \frac{\partial}{\partial x} y = S_f. \quad (\text{DW})$$

### 3.2 Conveyance zur Beschreibung der Gewässermorphologie

Für den Abfluss gilt der Zusammenhang:

$$Q = \text{sign}(S_f) \cdot C_{vel}(A) \cdot A \cdot \sqrt{|S_f|}, \quad (\text{Q})$$

wobei  $C_{vel}(A)$  eine von der Fläche abhängige Geschwindigkeit ist.

Die Größe  $C(A) := C_{vel}(A) \cdot A$  nennt man Conveyance.

Wir betrachten zwei mögliche Ansätze die Conveyance zu bestimmen: die Ansätze von Manning-Strickler und Darcy-Weißbach.

Manning: 
$$C_{Manning}(A) = k(A) \cdot R(A)^{2/3} \cdot A.$$

Dabei ist  $R$  der hydraulische Radius und  $k$  ein Rauheitswert.

Darcy-Weißbach: 
$$C_{DarcyWeißbach}(A) = \sqrt{\frac{8g}{\lambda}} \cdot \sqrt{R(A)} \cdot A.$$

Für das zu entwickelnde hydrodynamische Modell wird die Conveyance  $C$  als Schnittstelle zu einem hydraulischen Modell benutzt. In dieses hydraulische Modell fließen die Angaben zu Profilgeometrien, Rauheiten, Bewuchs, Verlustwerten, Fließformeln etc. ein. Exportiert werden die Angaben in hochaggrierter Form für das hydrodynamische Modell als Stützstellenfunktion.

Die Conveyance wird also nicht als ein alternativer Ansatz zu den bekannten Fließformeln benutzt, sondern als ein Ansatz, mit dem von der konkret zu verwendenden Fließformel abstrahiert werden kann.



### 3.3 Diffuse Welle angewendet auf Conveyance

Nach der zweiten Gleichung in **(DW)** gilt  $S_f = \frac{\partial y}{\partial x}$ . Setzt man dies in **(Q)** ein erhält man

$$Q = \text{sign}\left(\frac{\partial y}{\partial x}\right) \cdot C_{vel}(A) \cdot A \cdot \sqrt{\left|\frac{\partial y}{\partial x}\right|}.$$

Also ist  $Q$  eine von  $y$  und  $A$  abhängige Funktion. Da die Wasserspiegelhöhe  $y$  wiederum eine Funktion von der Position entlang des Flusses  $x$  und der durchströmten Fläche  $A$  ist, kann  $Q$  als Funktion von  $x$  und  $A$  dargestellt werden. Somit wird **(DW)** zu

$$\frac{\partial}{\partial t} A + \frac{\partial}{\partial x} Q(A) = q. \quad \text{(DWC)}$$

**(DWC)** hängt nun nur noch von der durchströmten Fläche  $A$  ab. Wegen der Definition von  $Q$  ist **(DWC)** eine **nicht-lineare** partielle Differentialgleichung.

### 3.4 Randbedingungen und Anfangsbedingungen

Damit das Problem wohlgestellt ist, werden sowohl Randbedingungen als auch ein Anfangswert für die Fläche  $A$  benötigt. Randbedingungen werden an den Grenzen des Rechengebiets, also am Anfang und Ende des zu berechnenden Gewässerabschnitts, vorgegeben. Typische Randbedingungen sind vorgegebene Abflüsse, Querschnittsflächen oder ein vorgegebenes Energieliniengefälle.

## 4 Numerische Methoden

Zur Bestimmung einer Näherungslösung für  $\mathbf{A}$  wird sowohl ein Zeitschrittverfahren als auch eine Finite-Differenzen-Methode im Ort benötigt.

### 4.1 Ortsdiskretisierung

Die Ortsdiskretisierung ist durch die Kilometrierung des Gewässers gegeben. D. h. die durchströmte Fläche  $\mathbf{A}$  wird für jedes Profil bestimmt. Nummeriert man die Profile von 1 bis  $N$  (= Anzahl der Profile), erhält man einen entsprechenden Flächenvektor

$$\mathbf{A} = (A_1, \dots, A_N)^T.$$

$\mathbf{A}$  hängt nun nicht mehr von der Position entlang des Gewässers  $x$  ab, da diese durch die Elemente  $A_i$  wiedergespiegelt wird, aber  $\mathbf{A}$  hängt noch von der Zeit  $t$  ab, d. h.  $\mathbf{A} = \mathbf{A}(t)$ .

Der Term  $\frac{d}{dt}\mathbf{A} = \frac{d}{dt}\mathbf{A}(x, t)$  in (DWC) wird also durch  $\frac{d}{dt}\mathbf{A}(t)$  ersetzt.

An den Randprofilen werden entsprechende Randbedingungen vorgeschrieben.

Analog wird die Abflussänderung  $\frac{d}{dx}\mathbf{Q}$  für jedes Profil benötigt. Dabei wird  $\frac{d}{dx}\mathbf{Q}$  durch eine zentrale Differenz bestimmt. Um geeignete Werte für diese Berechnung zu erhalten, wird ein verschobenes Gitter betrachtet. Der Abfluss  $\mathbf{Q}$  wird zwischen den Profilen berechnet und bezieht sich auf ein Referenzprofil.

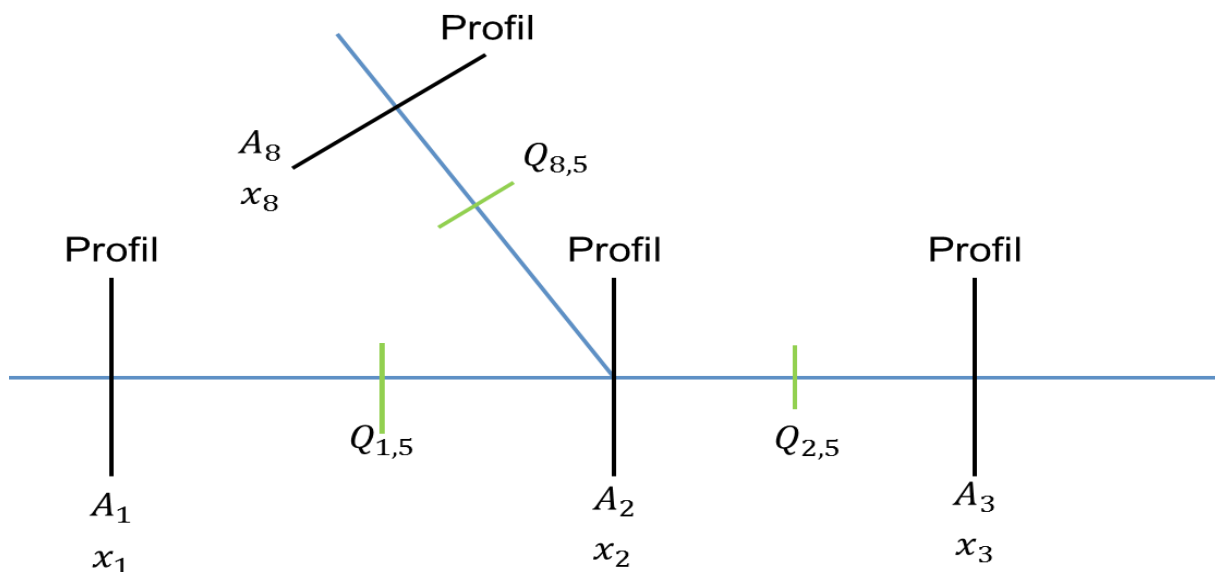


Abbildung 1: Ortsdiskretisierung eines Gewässers

Dabei werden die Werte der beiden Nachbarprofile benutzt. Ist das Profil ein Randprofil und hat demnach kein Nachbarprofil, fließt die entsprechende Randbedingung ein.

Zur Bestimmung der Abflüsse an den Zwischenstellen stehen zwei Methoden zur Verfügung. Die erste Methode basiert auf der Mittelwertbildung und die zweite auf einem Upwind-Verfahren.

Hat ein Profil mehr als zwei Nachbarprofile, wird die Berechnung der Ableitung  $\frac{d}{dx}\mathbf{Q}$  entsprechend angepasst. Da die Abflüsse  $\mathbf{Q}$  in Bezug auf das Profil bestimmt wurden, bedeutet ein positives Vorzeichen von  $\mathbf{Q}$ , dass Wasser entlang der Verbindungsstrecke vom Nachbarprofil zum Profil auf das Profil zufließt und ein negatives Vorzeichen, dass Wasser

vom Profil entlang der entsprechenden Verbindungsstrecke wegfleßt. Die nicht-negativen Abflüsse werden zu  $Q^+$  zusammengefasst und die negativen Abflüsse zu  $Q^-$ . Die Abstände vom Profil werden entsprechend der Anzahl der Nachbarprofile gemittelt. Die Ableitung wird dann durch die zentrale Differenz

$$\frac{d}{dx} Q = \frac{Q^+ + Q^-}{l}$$

berechnet. Die entsprechenden Werte für die Profile 1 bis N werden in den Vektor  $\frac{d}{dx} Q$  geschrieben. **(DWC)** wird damit durch das System **(ODE)** von N nicht linearen, gewöhnlichen Differentialgleichungen

$$\frac{d}{dt} \mathbf{A}(t) + \frac{d}{dx} \mathbf{Q}(t, \mathbf{A}(t)) = \mathbf{q} \quad \text{(ODE)}$$

ersetzt. Dabei ist  $\mathbf{q}$  ebenfalls ein Vektor. Als Anfangswert wird nun ein Vektor  $\mathbf{A}^0$  vorgegeben.

## 4.2 Zeitdiskretisierung

Die gewöhnlichen Differentialgleichungen **(ODE)** werden durch ein Zeitschrittverfahren näherungsweise gelöst. Die Auswahl solcher Verfahren ist groß. Eine wichtige Unterscheidung besteht in der Unterteilung der Verfahren in explizite und implizite Verfahren.

Explizite Verfahren benötigen i. A. eine Zeitschrittweitensteuerung, damit die sogenannte CFL-Bedingung erfüllt wird. Dies führt oft zu sehr kleinen Zeitschritten. Das einfachste explizite Verfahren ist das explizite Euler-Verfahren.

Implizite Verfahren können mit größeren Zeitschritten arbeiten, erfordern dafür aber das Lösen eines nicht-linearen mehrdimensionalen Gleichungssystems. Zu den impliziten Verfahren gehören das weit verbreitete Einschrittverfahren, das implizite Eulerverfahren und die Crank-Nicolson-Methode.

Im Rechenkern ist sowohl das explizite als auch das implizite Eulerverfahren implementiert. Die Möglichkeit, die Crank-Nicolson-Methode zusätzlich zu implementieren besteht.

### 4.2.1 Explizites Euler-Verfahren

Im expliziten Euler-Verfahren wird der neue Vektor der durchströmten Flächen bestimmt wie folgt berechnet:

$$\mathbf{A}^{k+1} = \mathbf{A}^k + dt \frac{d}{dx} \mathbf{Q}(t_k, \mathbf{A}^k) + dt \mathbf{q}^k.$$

Dabei bezeichnet  $t_k$  den aktuellen Zeitpunkt und das hochgestellte  $k$  entsprechend den Wert einer Größe zum Zeitpunkt  $t_k$ . Analog steht  $k + 1$  für den neuen Zeitpunkt.

Die neuen Flächen werden also komplett aus den Größen zum alten Zeitpunkt bestimmt. Dafür sind lediglich die Bestimmung der Abflüsse, die Auswertung der Quellterme und eine Addition nötig. Allerdings muss die Zeitschrittweite die CFL-Bedingung

$$dt < l/v \quad \text{(CFL)}$$

erfüllen, was zu kleinen Zeitschritten führt. Um die Schritte zu bestimmen müssen also zusätzlich die Geschwindigkeiten  $v$  berechnet werden. Deweiten muss **(CFL)** an jedem Profil erfüllt sein. D.h. es muss das **kleinste** auftretende  $dt$  benutzt werden.

### 4.2.2 Implizites Euler-Verfahren

Das implizite Euler-Verfahren angewandt auf **(ODE)** führt zu dem nicht-linearen Gleichungssystem

$$\mathbf{A}^{k+1} - \mathbf{A}^k + dt \frac{d}{dx} \mathbf{Q}(t_{k+1}, \mathbf{A}^{k+1}) - dt \mathbf{q}^{k+1} = \mathbf{0}. \quad \text{(NLGS)}$$

Dabei sind die Bezeichnungen wie oben.

Die linke Seite von **(NLGS)** wird in der nicht-linearen, vektorwertigen Residuumsfunktion

$\mathbf{R}(\mathbf{A}^{k+1})$  zusammengefasst. Somit ist die Nullstelle von  $\mathbf{R}$  der Vektor, der die Querschnittsflächen zum neuen Zeitpunkt enthält.

Zur Bestimmung von  $\mathbf{A}^{k+1}$  wird das gedämpfte Newton-Verfahren benutzt.

Beim impliziten Verfahren muss die CFL-Bedingung nicht erfüllt sein. Daher sind die Zeitschritte in der Regel viel größer.

### 4.2.3 Vergleich der Verfahren

Im Rechenkern wird das implizite Verfahren benutzt, da es durch die wesentlich größeren Schritte trotz des Lösen des nichtlinearen Gleichungssystems in der Regel schneller ist.

In allen bisher betrachteten Testfällen, ist das der Fall.

Das explizite Verfahren könnte in einzelnen Fällen effizienter sein. In diesen Fällen wäre eine Methode, beide Verfahren anzuwenden, wobei aufgrund der aktuellen Größen entschieden wird, welches Verfahren als effizienter eingestuft wird, möglicherweise schneller als die komplett implizite Behandlung.

## 4.3 Das gedämpfte Newton-Verfahren

Das gedämpfte Newton-Verfahren ist eine Variante des Newton-Verfahrens, bei der ein Dämpfungsparameter, der zur Steuerung des Updates dient, eingeführt wird.

Für ein gegebenes, während der Berechnung fest bleibendes  $\mathbf{A}^k$  und einen Startwert  $\mathbf{X}^0$  für  $\mathbf{A}^{k+1}$  wird  $\mathbf{R}(\mathbf{X}^0)$  ausgewertet. Außerdem wird die Jakobimatrix  $\mathbf{J}$  von  $\mathbf{R}$  an der Stelle  $\mathbf{X}^0$  benötigt.

Im ersten Schritt des Newton-Verfahrens wird das lineare Gleichungssystem

$$\mathbf{J}(\mathbf{X}^0)\mathbf{S}^0 = -\mathbf{R}(\mathbf{X}^0) \quad \text{(LGS)}$$

gelöst und das Update

$$\mathbf{X}^1 = \mathbf{X}^0 + \mathbf{S}^0 \quad \text{(UpDate)}$$

ausgeführt.  $\mathbf{X}^0$  wird durch  $\mathbf{X}^1$  ersetzt und der Schritt so lange wiederholt, bis eine vorgegebene Toleranz oder eine vorgegebene maximale Schrittzahl erreicht ist.

Im gedämpften Newton-Verfahren wird **(UpDate)** durch

$$\mathbf{X}^1 = \mathbf{X}^0 + \lambda \mathbf{S}^0 \text{ mit } 0 < \lambda \leq 1 \quad \text{(gedUpDate)}$$

ersetzt.  $\lambda$  wird dabei so gewählt, dass für eine geeignete Norm  $\|\cdot\|$

$$\|\mathbf{R}(\mathbf{X}^1)\| < \|\mathbf{R}(\mathbf{X}^0)\| \quad \text{(Test)}$$

gilt. Die Wahl der Norm führt dazu, dass für den Test **(Test)** ein weiteres lineares Gleichungssystem mit der Matrix  $\mathbf{J}(\mathbf{X}^0)$  gelöst werden muss. Außerdem wird  $\lambda$  nicht *berechnet*, sondern vorläufig auf 1 gesetzt und jedes Mal, wenn **(Test)** nicht erfüllt ist halbiert. Damit **(gedUpDate)** nicht stagniert, darf  $\lambda$  nur einige Male halbiert werden. Der Parameter *maxDaempfungSteps* beschränkt die Anzahl der Halbierungen. Diese Methode führt dazu, dass das Newton-Verfahren ggf. schneller konvergiert. Allerdings müssen dadurch in jedem Schritt mindestens 2 lineare Gleichungssysteme gelöst werden.

## 4.4 Die Jakobimatrix der Residuumsfunktion

Im Newton-Verfahren wird die Jakobimatrix

$$J(\mathbf{A}) = \mathbf{R}' \begin{pmatrix} \mathbf{A}_1 \\ \mathbf{A}_2 \\ \vdots \\ \mathbf{A}_N \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{\partial}{\partial \mathbf{A}_1} \mathbf{R}_1 & \frac{\partial}{\partial \mathbf{A}_2} \mathbf{R}_1 & \dots & \frac{\partial}{\partial \mathbf{A}_N} \mathbf{R}_1 \\ \frac{\partial}{\partial \mathbf{A}_1} \mathbf{R}_2 & \frac{\partial}{\partial \mathbf{A}_2} \mathbf{R}_2 & \dots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & \frac{\partial}{\partial \mathbf{A}_N} \mathbf{R}_{n-1} \\ \frac{\partial}{\partial \mathbf{A}_1} \mathbf{R}_n & \dots & \frac{\partial}{\partial \mathbf{A}_{N-1}} \mathbf{R}_n & \frac{\partial}{\partial \mathbf{A}_N} \mathbf{R}_n \end{pmatrix}$$

aufgestellt. Die meisten Einträge in  $\mathbf{J}$  sind Null, da jede Funktion  $\mathbf{R}_j$  nur von ihren direkten Nachbarn abhängt. Nummeriert man die Profile entlang des Hauptstrangs sukzessiv erhält man für den Hauptstrang nur Einträge auf der Hauptdiagonalen und den beiden Nebendiagonalen.

Für jede Abzweigung kommen weitere Einträge dazu. Trotzdem bleibt die Matrix **dünnbesetzt** und wird daher im Compressed Row Storage gespeichert. Die Struktur der Matrix bleibt während der Simulation gleich, daher können die Positionen der Nicht-Null-Einträge zu Beginn der Simulation bestimmt werden. Während des Newton-Verfahrens müssen dann nur diese Einträge neu ausgewertet werden.

## 4.5 Lösen des linearen Gleichungssystems

Um die auftretenden linearen Gleichungssysteme zu lösen, können direkte Löser oder iterative Löser verwendet werden. Direkte Löser haben den Vorteil, dass sie die exakte Lösung bestimmen, wogegen iterative Löser in mehreren Schritten eine Näherung berechnen.

Im Rahmen des Vorhabens wird die Math-Kernel Library (MKL) von Intel eingesetzt.

Die MKL verfügt sowohl über iterative als auch über direkte Löser.

Im Rahmen des Vorhabens wird der auf dem LR-Verfahren basierende DSS-Löser (Direct Sparse Solver) der MKL eingesetzt. Dieses Verfahren kommt aus den folgenden Gründen zum Einsatz:

- Der DSS ist auf die Verwendung sehr dünn besetzter Matrizen optimiert.
- Die in diesem Vorhaben zu lösenden Jakobi-Matrizen sind hauptsächlich Tridiagonalmatrizen. Tridiagonalmatrizen sind für den Einsatz des LR-Verfahrens gut geeignet.
- An den Zusammenflüssen entstehen auch Matrix-Einträge jenseits der Diagonalen. Die MKL optimiert die Reihenfolge der Zeilen und Spalten so, dass die Einträge hauptsächlich im Bereich der Diagonalen liegen. Diese Optimierung muss nur einmal für die gesamte Simulation erfolgen.
- Das zum Einsatz kommende gedämpfte Newton-Verfahren löst in jedem Newton-Schritt mehrere lineare Gleichungssysteme. Allerdings werden diese Gleichungssysteme jeweils in Bezug auf dieselbe Matrix gelöst. Die zeitaufwändige Zerlegung in die LR-Komponenten muss daher nur einmal erfolgen.

### 4.5.1 Compressed Row Storage

Die Matrix ist im Compressed Row Storage gespeichert, da dieses Format für dünnbesetzte Matrizen effizient ist.

Das Compressed Row Storage stellt eine dünnbesetzte Matrix durch drei Vektoren dar.

Der Vektor *val* enthält nach **Zeilen** sortiert alle Nicht-Null-Einträge. Im Vektor *rowPtr* ist gespeichert, bei welchen Einträgen in *val* eine neue Zeile beginnt. Der letzte Eintrag ist die Anzahl der Nicht-Null-Einträge. Der Vektor *colIdx* enthält für jeden Eintrag in *val* den Spalten-Index. Mit der zusätzlichen Information über die Dimension der Matrix ist die Matrix eindeutig beschrieben.

**Beispiel:**

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 0 & 0 & 3 \\ 0 & 4 & 0 & 5 & 0 & 0 \\ 6 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 7 & 0 \end{pmatrix}$$
$$\mathit{val} = (1 \ 2 \ 3 \ 4 \ 5 \ 6 \ 7)$$
$$\mathit{rowPtr} = (1 \ 4 \ 6 \ 7 \ 7)$$
$$\mathit{colIdx} = (1 \ 2 \ 6 \ 2 \ 4 \ 1 \ 5)$$

### 4.5.2 DSS

DSS benutzt intern den Löser PARDISO (Parallel Direct Sparse Solver Interface). Dieser basiert auf einer LR-Zerlegung mit Pivotisierung und ist für große dünnbesetzte Matrizen optimiert. Das Compressed Row Storage Format wird hier ausgenutzt, indem der Löser in mehrere Schritte aufgeteilt ist:

- die Positionen der Nicht-Null-Einträge werden dem Löser übergeben,
- entsprechend der Struktur der Matrix werden Permutationen durchgeführt, die den Fill-In verringern,
- die Werte der Einträge werden an den Löser übergeben, und die LR-Zerlegung wird berechnet,
- das System wird mithilfe der Zerlegung durch Rückwärts- und Vorwärtseinsetzen gelöst.

Ist die LR-Zerlegung bestimmt, kann sie zum Lösen des Systems mit verschiedenen rechten Seiten wiederverwendet werden. Da im gedämpften Newton-Verfahren in jedem Schritt mindestens zwei Systeme mit derselben Matrix gelöst werden müssen, ist diese Zerlegung von Vorteil. Da die Struktur der Matrix während der Simulation unverändert bleibt, müssen lediglich der dritte und vierte Schritt mehrmals ausgeführt werden.

### 4.5.3 Verworfen Alternative zu DSS: GMRES

Das GMRES-Verfahren benötigt keine weiteren Voraussetzungen an die Systemmatrix als ihre Regularität. Auch wenn das GMRES-Verfahren ein iterativer Löser ist, findet es die exakte Lösung nach höchstens  $N$  Schritten, wobei  $N$  die Dimension der Matrix ist.

Oft reicht es aber die Lösung bis auf eine vorgegebene Genauigkeit zu kennen. Dann kann das GMRES-Verfahren evtl. schon nach  $m < N$  Schritten abgebrochen werden. Für sehr große Systeme braucht das GMRES-Verfahren viel Speicher. In diesem Fall kann das sogenannte GMRES( $m$ )-Verfahren angewendet werden, das nach  $m$  Schritten abbricht und mit der bisherigen Lösung neu startet, solange die Lösung die geforderte Genauigkeit noch nicht erreicht hat. Hier ist es wichtig eine maximale Iterationszahl anzugeben, da nicht gegeben ist, dass das GMRES( $m$ )-Verfahren konvergiert.

Im Rahmen des Projektes wurde auch der GMRES-Löser eingesetzt. Es hat sich aber herausgestellt, die DSS-Implementierung der Intel-MKL deutlich performanter arbeitet.

## 4.6 Zeitschrittweitensteuerung

Der Fall, dass das Newtonverfahren nicht konvergiert kann trotz der Dämpfung auftreten.

In diesem Fall wird die Zeitschrittweite intern im Eulerverfahren so lange halbiert, bis die Konvergenz erreicht wird. Damit der Zeitschritt nicht zu klein wird, wird eine minimale Zeitschrittweite  $dt_{min}$  vorgegeben.

Wurde ein Zeitschritt mit einer verkleinerten Weite durchgeführt, wird die Weite im nächsten Schritt wieder verdoppelt, falls dadurch die vom Benutzer gewählte Zeitschrittweite nicht überschritten wird.

## 4.7 Bestimmung der Wurzel

In der Berechnung des Abflusses taucht der Term  $\sqrt{\left|\frac{\partial y}{\partial x}\right|}$  auf. Damit ist er auch in der Residuumsfunktion  $\mathbf{R}$  enthalten und muss für die Berechnung von  $\mathbf{J}$  differenziert werden. Da die Ableitung der Wurzel für Werte nah bei Null unendlich groß wird, bereitet dieser Term für die Numerik Probleme, was sich darin äußert, dass das Newton-Verfahren nicht konvergiert.

Da diese großen Werte nur für fast gleiche Wasserspiegelhöhen auftreten und diese Fälle für die Praxis nicht interessant sind, wird die Wurzel im Bereich 0 bis 0,0001 durch eine quadratische Funktion approximiert. Diese Näherungsfunktion hat eine „gutartige“ Ableitung, deren Werte in einem angemessenen Bereich liegen. Des Weiteren wird die Wurzel hinreichend genau approximiert und die gesamte Ableitung der zusammengesetzten Funktion ist stetig.

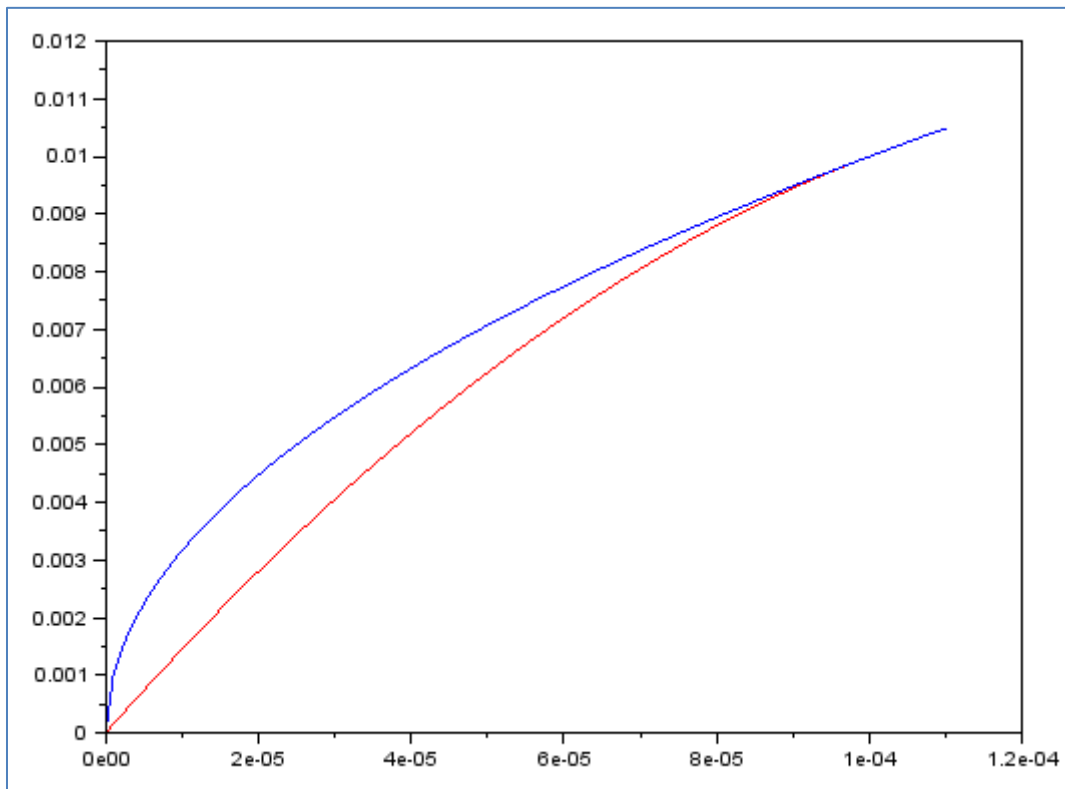


Abbildung 2 Korrekte Wurzel (blau) vs. Approximation der Wurzel (rot)

## 4.8 Parameterwahl

Für die Simulation müssen mehrere Parameter gewählt werden.

Im gedämpften Newton-Verfahren muss eine Toleranz  $tol_{Newton}$ , eine maximale Schrittzahl  $maxit_{Newton}$  und ein minimaler Wert  $\lambda_{min}$  für den Dämpfungsparameter gesetzt werden.

Als Default-Einstellung wird  $tol_{Newton} = 10^{-4}$ ,  $maxit_{Newton} = 115$  und  $maxDaempfungSteps = 40$  gesetzt.

Des Weiteren muss die minimale Zeitschrittweite  $dt_{min}$  gewählt werden.

Die Default-Einstellung ist  $dt_{min} = 0.2 \text{ s}$ .

Eine Erläuterung für diese Wahl der Parameter befindet sich in Abschnitt 7.



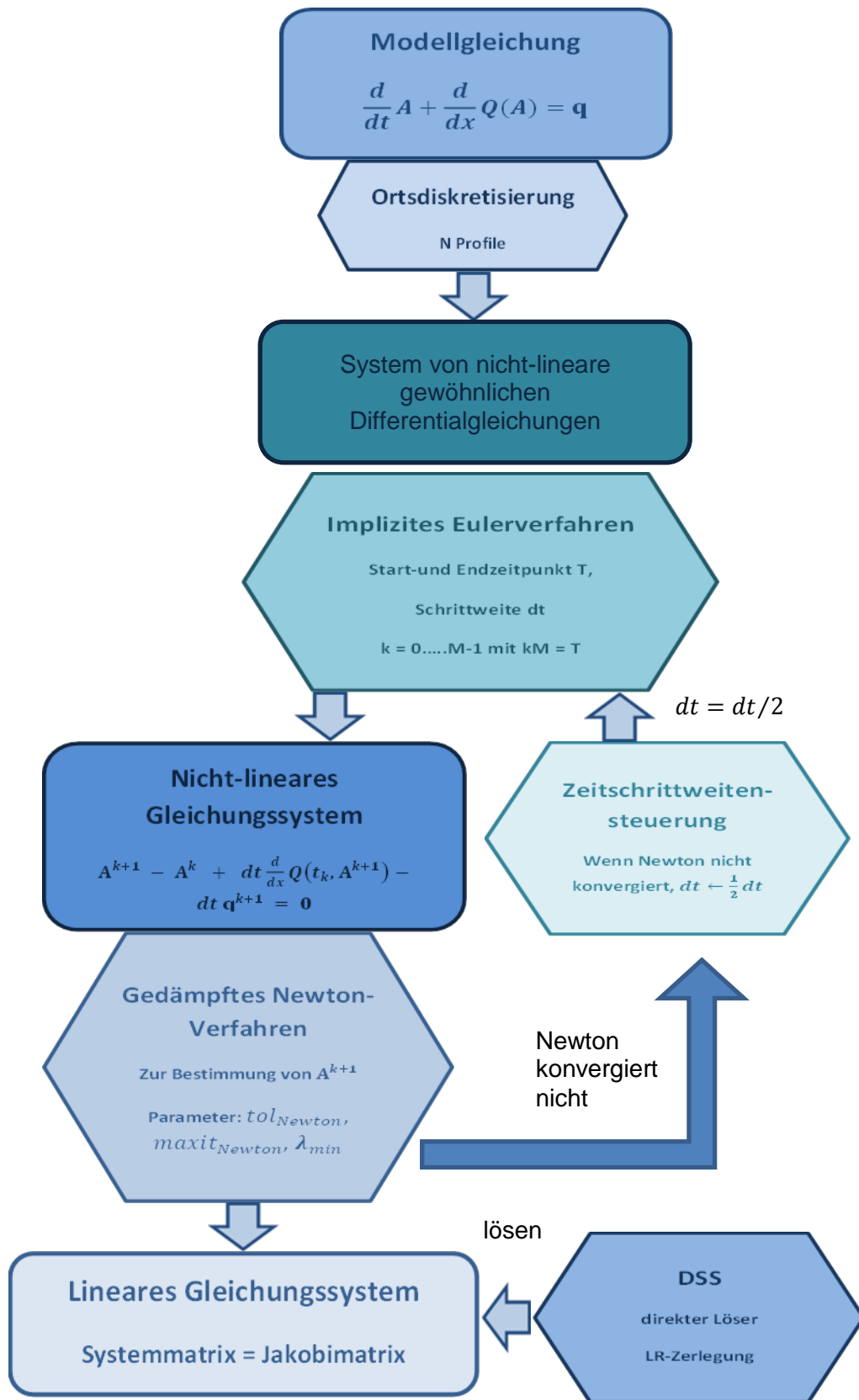


Abbildung 3: Zusammenfassung der numerischen Methoden

## 5 Umsetzung in C++

### 5.1 Aufbau des Gitters

Das Gitter wird durch die Klasse „Network“ repräsentiert. Ein Network besteht aus mehreren Knoten („Nodes“ = Profile), die durch Segmente („Segments“ = Gewässerabschnitte) verbunden sind. Jedem Knoten ist eine Tabelle mit Werten für die Wasserhöhe und die Conveyance in Abhängigkeit der durchströmten Fläche zugeordnet.

### 5.2 Jabron-Austausch-Datei

Die Tabellenwerte für die Wasserhöhe und die Conveyance werden in Jabron berechnet, siehe Kapitel 6. Um diese Werte und die Struktur des Networks an den hydrodynamischen Rechenkern zu übergeben, wird eine XML-Datei erstellt. Beim Einlesen dieser Datei wird das Network entsprechend aufgebaut und an jedem Profil (Knoten) wird die Tabelle der *Conveyance-Geschwindigkeit* und Wasserhöhe in Abhängigkeit der durchströmten Fläche hinterlegt (A\_C\_h-Tabelle).

#### 5.2.1 A\_C\_h-Tabelle

Da in Jabron die Conveyance  $C(A)$  berechnet, im Rechenkern aber die Conveyance-Geschwindigkeit  $C_{vel}(A)$  benötigt wird, werden beim Einlesen die Werte  $C_{vel}(A) = C(A)/A$  bestimmt. Für jedes Profil wird dadurch eine Tabelle der Form wie in **Fehler! Verweisquelle konnte nicht gefunden werden.** dargestellt hinterlegt.

$A[m^2]$	$C_{vel}(A)[m/s]$	$y(A)[mNN]$
$A_1$	$C_{vel,1}$	$y_1$
$A_2$	$C_{vel,2}$	$y_2$
$A_3$	$C_{vel,3}$	$y_3$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$

Tabelle 1: A\_C\_h-Tabelle

Die Flächenwerte sind dabei (streng) aufsteigend. Es sind keine gleichen Werte enthalten. Um Zeilen der Tabellen während der Simulation schnell und effizient zu finden, werden die Stützstellen  $A_i$  neu bestimmt, so dass der gesamte Bereich vom ersten Eintrag bis zu letzten erfasst wird und die neuen Stützstellen äquidistant verteilt sind.  $C_{vel}$  und  $y$  müssen an diesen Stellen ermittelt werden. Dazu wird die lineare Interpolation benutzt. Um den Interpolationsfehler einzuschränken werden mindestens so viele, in den meisten Fällen mehr, äquidistante Tabellenwerte ermittelt, als durch die XML-Datei gegeben ist. In den Defaulteinstellungen ist die Anzahl der 1500.

Während der Simulation werden in der Regel Werte von  $C_{vel}$  und  $y$  an Stellen  $A$  benötigt, die nicht mit einer Stützstelle übereinstimmen. Liegt  $A$  zwischen dem kleinsten und größten Tabellenwert, wird ebenfalls jeweils lineare Interpolation benutzt, um  $C_{vel}$  und  $y$  zu ermitteln. Ist  $A$  kleiner als der kleinste Eintrag, werden  $C_{vel}$  und  $y$  aus den ersten beiden Einträgen lineare extrapoliert. Ist  $A$  größer als der größte Eintrag, wird  $y$  aus den letzten beiden Einträgen lineare extrapoliert und  $C_{vel}$  durch eine Wurzelfunktion approximiert.

### 5.2.1.1 Bestimmung von $C_{vel}$ außerhalb der Tabellenwerte

Da die Geschwindigkeit  $C_{vel}$  (blaue Linie in Abbildung 4) fallen kann, ist die lineare Extrapolation zur Bestimmung des Wertes für  $A$  größer als der größte Eintrag nicht geeignet. Denn es können dadurch negative Geschwindigkeiten resultieren, wie die rote Linie in Abbildung 4 zeigt. Die Wurzelfunktion (grüne Linie) ist so skaliert, dass sie durch den letzten Eintrag verläuft. Da die Wurzel monoton steigend ist, können keine negativen Werte auftreten.

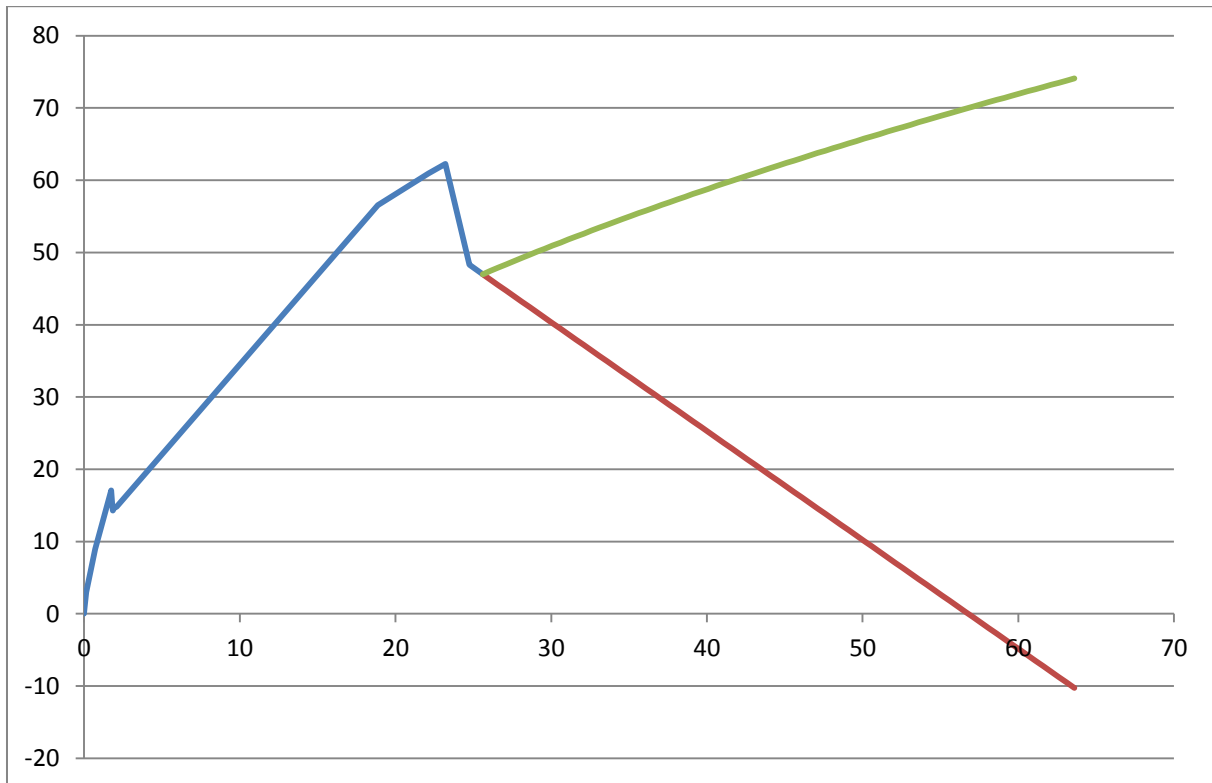


Abbildung 4: lineare Extrapolation vs. Wurzel

Im Fall einer steigenden Geschwindigkeit ist die lineare Extrapolation prinzipiell möglich, resultiert aber in einer quadratisch wachsenden Conveyance. Die Wurzel hingegen liefert eine wie  $A^{3/2}$  wachsende Conveyance.

## 5.3 Aufstellen der Residuumsfunktion und der Jakobimatrix

Da die Residuumsfunktion  $\mathbf{R}$  von der Orts- und Zeitdiskretisierung abhängt, kann sie erst aufgestellt werden, wenn das Network aufgebaut und die Zeitschrittweite gesetzt ist. Da die Ableitungen der Abflüsse ebenfalls für  $\mathbf{R}$  benötigt werden, muss festgelegt sein nach welcher Methode diese bestimmt werden.  $\mathbf{R}$  wird durch einen mathematischen Vektor dargestellt. Da die zugehörige Jakobimatrix  $\mathbf{J}$  dünn-besetzt ist, wird  $\mathbf{J}$  im Compressed Row Storage Format gespeichert, siehe Abschnitt 4.5.1.

## 5.4 Bauwerke

### 5.4.1 Wehre

Da der Abfluss durch ein Wehr stark beeinflusst wird, werden Wehre gesondert behandelt. Die Manning-Strickler-Formel kann nicht angewendet werden, stattdessen wird die **Poleni-Formel**

$$Q = \frac{2}{3} \cdot \mu \cdot b \cdot \sqrt{2g} \cdot h^{3/2}$$

benutzt.

In die Berechnung geht der Wasserstand oberhalb des Wehres in hinreichendem Abstand gemessen ein. Hier bezeichnet  $h$  die Überfallhöhe, d.h.

$$h[m] = WSPL\_Oberwasser[mNN] - Wehrhöhe[mNN].$$

Um zu entscheiden, ob es sich um vollkommenen oder unvollkommenen Überfall handelt, wird zusätzlich der Unterwasserstand

$$h_U[m] = WSPL\_Unterwasser[mNN] - Wehrhöhe[mNN]$$
 benötigt.

Für die Umsetzung in C++ wird daher jeweils ein Profil ober- und unterhalb des Wehres angelegt. Dementsprechend wird ein Wehr durch ein spezielles Segment, das diese Profile verbindet, dargestellt. Der Überfallbeiwert  $\mu$  und die benötigten Maße des Wehres  $b$  werden von Jabron oder Nasim (?) geliefert. Bei unvollkommenem Überfall wird der Abfluss durch den Abminderungsfaktor  $\varphi$  verringert. Für die Bestimmung von  $\varphi$  wird die relative Wehrhöhe  $w = Wehrhöhe[mNN] - Sohlhöhe[mNN]$  benötigt.  $\varphi$  hängt von den zwei Größen  $h_U / h$  und  $h/w$  ab und ist daher für verschiedene Wehrtypen jeweils in Form einer Matrix gegeben.

## 5.5 Suche in Tabellen

Sowohl die Beziehung zwischen der Wasserhöhe und der durchströmten Querschnittsfläche  $A$ , als auch die Beziehungen zwischen der Conveyance-Geschwindigkeit und der durchströmten Querschnittsfläche und des Abminderungsfaktors und den Größen  $h_U / h$  und  $h/w$  liegen in Form von Tabellen mit äquidistanten Stützstellen vor. Für die Interpolation der Werte werden der größte Tabellenwert, der kleiner ist als das gegebene  $A$  (Infimum), und der kleinste Tabellenwert, der größer ist als  $A$  (Supremum), gesucht. Da die Stützstellen äquidistant sind, ist eine effiziente Suche möglich.

Um den Zielwert für den Abminderungsfaktor zu bestimmen, werden drei Interpolationsschritte benötigt, da eine Abhängigkeit von zwei Größen besteht. Die Tabelle ist, wie Abbildung 5 zeigt, als Matrix gegeben.

$h/w \rightarrow$	S1	S2	...	Sn
$h_U / h$ ↓				
Z1	F11	F12	...	F1n
Z2	F21	F22	...	F2n
⋮	⋮	⋮		⋮
Zm	Fm1	Fm2	...	Fmn

Abbildung 5: Matrix für den Abminderungsfaktor

Es werden jeweils für den  $h_U / h$ - und den  $h/w$ - Wert das Infimum und Supremum gesucht.

In exakter Arithmetik hängt das Endergebnis nicht davon ab, ob zuerst für bezüglich der Zeilen oder der Spalten interpoliert wird. Beide Vorgehensweisen sind in Abbildung 6 dargestellt.

	S <sub>inf</sub>	<b>S</b>	S <sub>sup</sub>
Z <sub>inf</sub>	F <sub>inf,inf</sub> → ↓	F <sub>inf,s</sub> ↓	← F <sub>inf,sup</sub> ↓
<b>Z</b>	F <sub>z,inf</sub> →	<b>F<sub>z,s</sub></b> <b>(gesucht)</b>	← F <sub>z,sup</sub>
Z <sub>sup</sub>	↑ F <sub>sup,inf</sub> →	↑ F <sub>sup,s</sub>	↑ ← F <sub>sup,sup</sub>

Abbildung 6: Interpolationsverfahren für die Matrix

## 6 Jabron-Austausch

Für jedes Profil wird eine Tabelle benötigt, die gegebenen durchströmten Flächen  $A$  die absolute Wasserhöhe  $h$  und den Wert der Conveyance  $C$  zuordnet. Mithilfe von Jabron können diese Tabellenwerte ermittelt werden.

### 6.1 Bestimmung der Wasserhöhe

Die Wasserhöhe kann aufgrund der Profilgeometrie aus der gegebenen durchströmten Fläche berechnet werden.

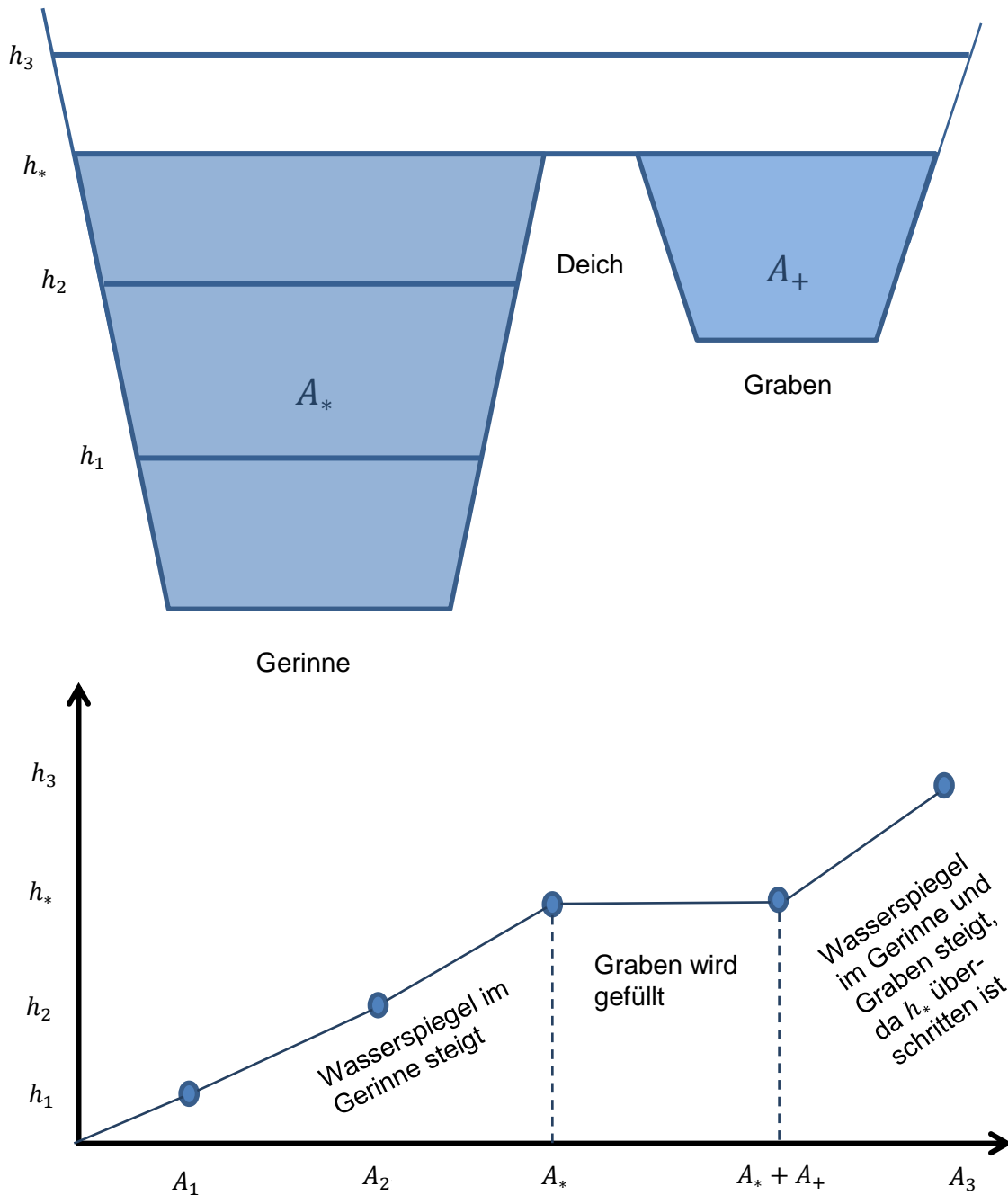


Abbildung 7: Berechnung der Wasserhöhe

## 6.2 Berechnung der Conveyance für den Ansatz Darcy-Weisbach

Die Conveyance soll in Abhängigkeit der durchströmten Fläche  $A$  bestimmt werden. Dazu wird das Fließgesetz nach Darcy-Weisbach zu Grunde gelegt. Die mittlere Fließgeschwindigkeit ist demnach

$$v = \frac{1}{\sqrt{\lambda}} \sqrt{8gr_{hy}I},$$

wobei  $r_{hy}$  den hydraulischen Radius,  $g$  die Erdbeschleunigung und  $I$  das Gefälle bezeichnet. Außerdem gilt

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = \frac{1}{\sqrt{\lambda(r_{hy})}} = -2 \lg \left( \frac{k_s/r_{hy}}{14,84} \right)$$

mit der Sandrauheit  $k_s$ . Daraus resultiert für den Abfluss  $Q$

$$Q = A \cdot v = A \cdot \sqrt{\frac{8gr_{hy}}{\lambda(r_{hy})}} \cdot \sqrt{I} = C(A) \cdot \sqrt{I}.$$

Die Conveyance ist demnach durch

$$C(A) = A \cdot \sqrt{\frac{8gr_{hy}}{\lambda(r_{hy})}}$$

definiert. D. h. es müssen  $r_{hy}$  und  $\lambda(r_{hy})$  bestimmt werden. Da sich die Fließeigenschaften in einzelnen Abschnitten (Lamellen) entlang eines Profils durch unterschiedliche Rauheiten, Geometrie etc. ändern können, wird jedes Profil entsprechend aufgeteilt (siehe Abbildung 8) und die Conveyance  $C_i(A_i)$  in jeder Lamelle  $i$  bestimmt.

Der Gesamtabfluss ist die Summe der Abflüsse in den Lamellen.

Da das Gefälle über die Breite des Profils als konstant angenommen wird, ist die Conveyance für das gesamte Profil die Summe der Conveyances in den Lamellen

$$C(A) = \sum_i C_i(A_i).$$

Jedes Profil wird in die folgenden Bereiche aufgeteilt:

- Vegetationszonen: In den linken und rechten Vorlandbereichen befindet sich Bewuchs. In der Grafik sind sie mit  $C_1(A_1)$  und  $C_5(A_5)$  gekennzeichnet.
- Hauptquerschnitt: Der Bewuchs an den Rändern induziert Verwirbelungen im Bereich des Flussschlauches. Die von den Verwirbelungen betroffenen Bereiche an den Rändern sind in der Grafik mit  $C_2(A_2)$  und  $C_4(A_4)$  gekennzeichnet. Der nicht von den Verwirbelungen betroffenen Bereiche in der Mitte ist mit  $C_3(A_3)$  gekennzeichnet.

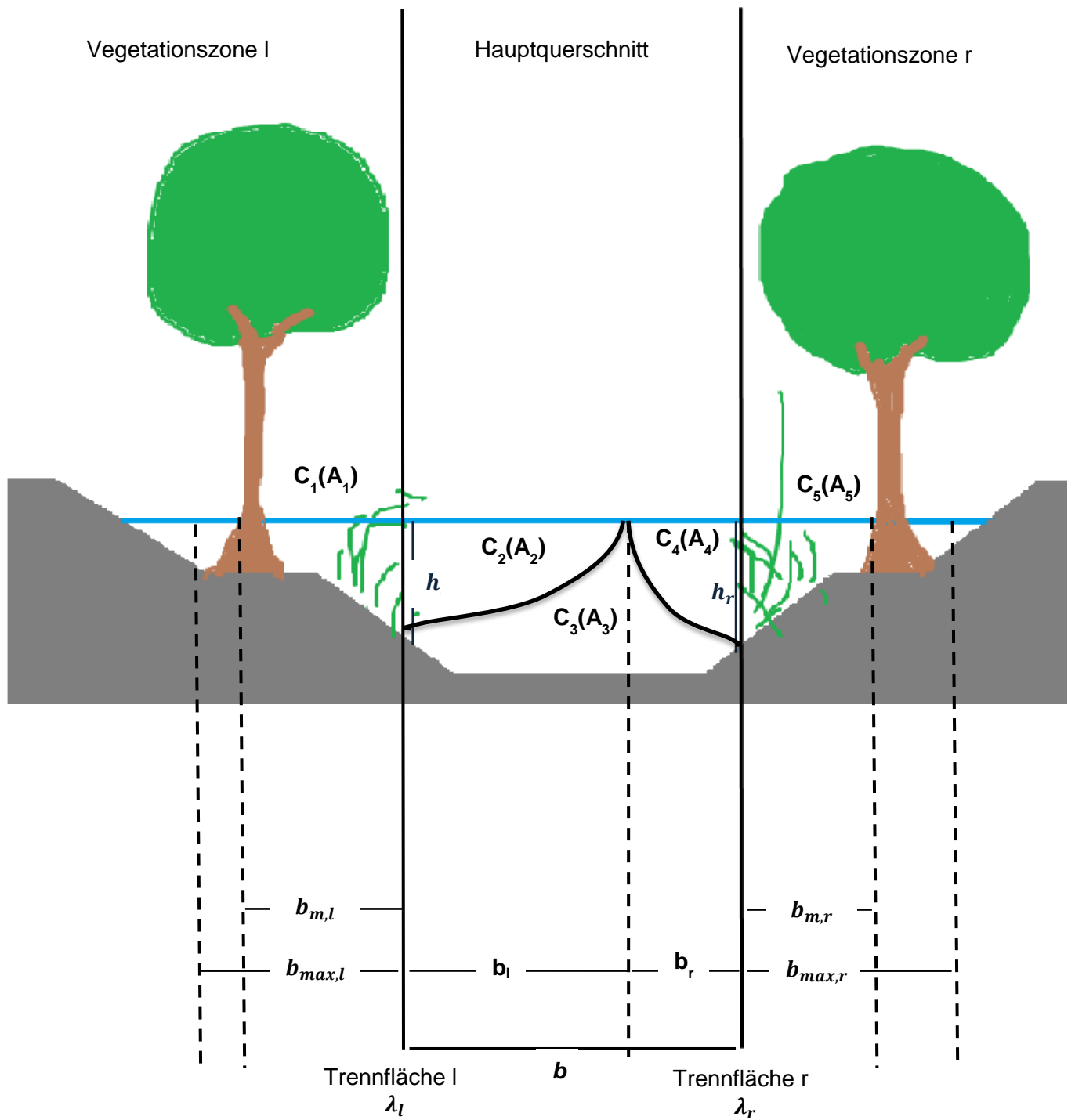


Abbildung 8: Einteilung des Querprofils in Lamellen



### 6.2.1 Berechnungen für den Hauptquerschnitt

Der Hauptquerschnitt wird als Gewässerquerschnitt, der durch die Trennflächen begrenzt ist, aufgefasst.

Ist der Hauptquerschnitt in weitere Lamellen unterteilt, werden  $h_l$  und  $\lambda_l$  in der Berechnung für die linke Lamelle des Hauptquerschnitts berücksichtigt und  $h_r$  und  $\lambda_r$  gehen entsprechend in die Berechnung für die rechte Lamelle des Hauptquerschnitts ein.

Der benetzte Umfang für die linke Lamelle ist

$$l_u = h_l + l_{\text{Sohle, linke Lamelle}}$$

Für den Widerstandsbeiwert gilt dann

$$\lambda = (\lambda_l h_l + \lambda_{\text{Sohle, linke Lamelle}} l_{\text{Sohle, linke Lamelle}}) / l_u$$

Analoges gilt für die rechte Lamelle.

Für den hydraulischen Radius gilt:

$$r_{hy} = \frac{A}{l_u},$$

wobei  $A$  die durchströmte Fläche der entsprechenden Lamelle ist.

### 6.2.2 Berechnungen für die Teilquerschnitte mit Bewuchs

Für die Vorlandbereiche mit Bewuchs werden die Trennflächen nicht zum benetzten Umfang hinzugerechnet.

Der Bewuchs wird in Kleinbewuchs, Mittelbewuchs und Großbewuchs eingeteilt. Da der Fließwiderstand des Kleinbewuchses durch eine entsprechende Sohlrauheit modelliert werden kann, reicht es in diesem Fall einen passenden  $k_s$ -Wert einzusetzen. Mittelbewuchs muss besonders behandelt werden, kann aber je nach Größe als Kleinbewuchs oder Großbewuchs betrachtet werden. Beim Großbewuchs ist die Bewuchshöhe  $h_p$  größer als die Wasserhöhe  $h$ . Zusätzlich werden die folgenden Parameter benötigt:

- $a_x$ : mittlerer Abstand der Bewuchselemente in Fließrichtung,
- $a_y$ : mittlerer Abstand der Bewuchselemente quer zur Fließrichtung,
- $d_p$ : mittlerer Durchmesser der Bewuchselemente quer zur Fließrichtung,
- $c_{WR} = 1.5$ : Widerstandszahl,
- $\alpha$ : Böschungswinkel.

Dann ist der Widerstandsbeiwert des durchströmten Gehölzes

$$\lambda_p = c_{WR} \frac{4 h d_p \cos(\alpha)}{a_x a_y}.$$

Für den Widerstandsbeiwert im Teilquerschnitt gilt dann:

$$\lambda = \lambda_{so} + \lambda_p,$$

wobei  $\lambda_{so}$  der Widerstandsbeiwert der Sohle ist.

### 6.2.3 Berechnungen für die Trennflächen

Zur Bestimmung der Widerstandsbeiwerte der Trennflächen wird die Berechnung nach Mertens benutzt. Dazu wird der Hauptquerschnitt in zwei Bereiche aufgeteilt.

Ein Beispiel für eine solche Aufteilung und die Bezeichnungen sind in Abbildung 8 dargestellt.

Die Aufteilung ist so gewählt, dass für die Breiten der linken und rechten Hälften  $b_l$  und  $b_r$ , und die Widerstandsbeiwerte der linken und rechten Trennfläche

$\lambda_l$  und  $\lambda_r$  der Zusammenhang  $\frac{b_l}{\lambda_l} = \frac{b_r}{\lambda_r}$  gilt. Diese Bedingung folgt aus Darcy-Weisbach unter der Annahme, dass das Gefälle und die Fließgeschwindigkeiten in den Bereichen  $b_l$  und  $b_r$  übereinstimmen.

$b_l$  und  $b_r$  sind dann Näherungen für den hydraulischen Radius für die linke bzw. rechte Trennfläche. Da die Größen  $b_l$ ,  $b_r$ ,  $\lambda_l$  und  $\lambda_r$  voneinander abhängen, wird ein iteratives Verfahren benutzt, um die Berechnung zu entkoppeln. Als Startwert wird  $b_l = b_r = b/2$  gesetzt, wobei  $b = b_l + b_r$  die Breite des Hauptquerschnitts ist. Die Bedingung  $\frac{b_l}{\lambda_l} = \frac{b_r}{\lambda_r}$  kann zu  $b_l = b \frac{\lambda_l}{\lambda_l + \lambda_r}$  umgestellt werden. Die Iteration wird abgebrochen, wenn sich die Größe  $b_l$  nicht mehr maßgeblich verändert. Dies wird durch die Abbruchbedingung

$$\left| 1 - \frac{b_l^{neu}}{b_l^{alt}} \right| \leq tol$$

dargestellt, wobei  $tol$  eine vorgegebene Toleranz ist. Der Ablauf der Iteration ist schematisch in Abbildung 9 dargestellt.

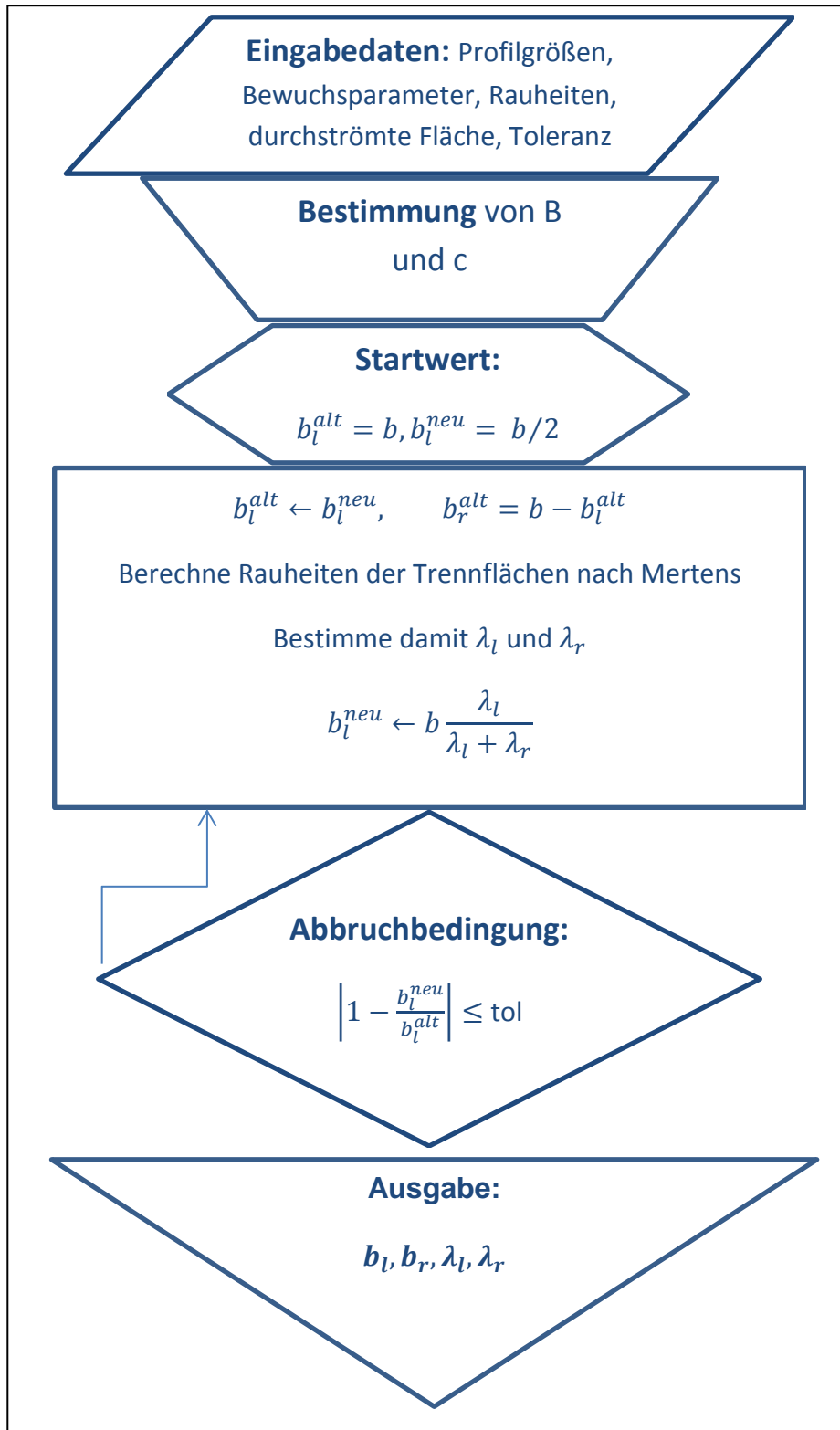


Abbildung 9: Ablauf der Iteration zur Bestimmung der Widerstandsbeiwerte an den Trennflächen nach Mertens

Die Bestimmung der Werte  $B$  und  $c$  und die Berechnung der Trennflächenrauheiten und der entsprechenden Widerstandsbeiwerte werden im Folgenden genauer beschrieben.

Für den Bewuchsparameter  $B$  gilt:

$$B = \left( \frac{a_x}{d_p} - 1 \right)^2 \frac{a_y}{d_p}$$

$c$  ist durch

$$c = 1,2 - 0,3 \cdot 10^{-3} B + 0,06 (10^{-3} B)^{1,5}$$

gegeben.

Zur Bestimmung der Widerstandsbeiwerte der Trennflächen wird nicht nur der Hauptquerschnitt betrachtet, sondern auch die angrenzenden Vegetationszonen. Durch den Bewuchs entstehen Turbulenzen, deren Ausdehnung mit den Bewuchsparametern und der Profilgeometrie variiert. Die mittleren und maximalen Turbulenzbreiten in der links bzw. rechts angrenzenden Vegetationszone werden mit  $b_{m,l}$  und  $b_{m,r}$  bzw.  $b_{max,l}$  und  $b_{max,r}$  bezeichnet. Sie gehen wie folgt in die Berechnung ein:

$$b_{max,l} = b_l, B \geq 16 \text{ bzw. } b_{max,l} = 0,25B^{0,5}b_l, B < 16$$

und

$$b_{max,r} = b_r, B \geq 16 \text{ bzw. } b_{max,r} = 0,25B^{0,5}b_r, B < 16.$$

Die durchströmten Flächen  $A_l$  und  $A_r$  über den Bereichen  $b_{max,l}$  und  $b_{max,r}$  werden aus der Profilgeometrie ermittelt. Die mittleren Turbulenzbreiten sind dann

$$b_{m,l} = A_l / h_l \text{ und } b_{m,r} = A_r / h_r.$$

Damit werden die Rauheiten als

$$k_l = cb_{m,l} + 1,5d_p \text{ und } k_r = cb_{m,r} + 1,5d_p$$

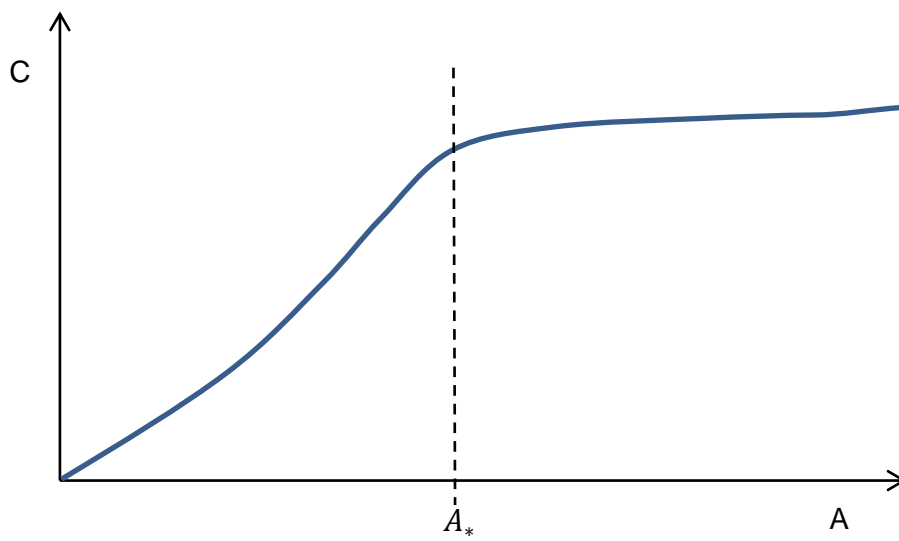
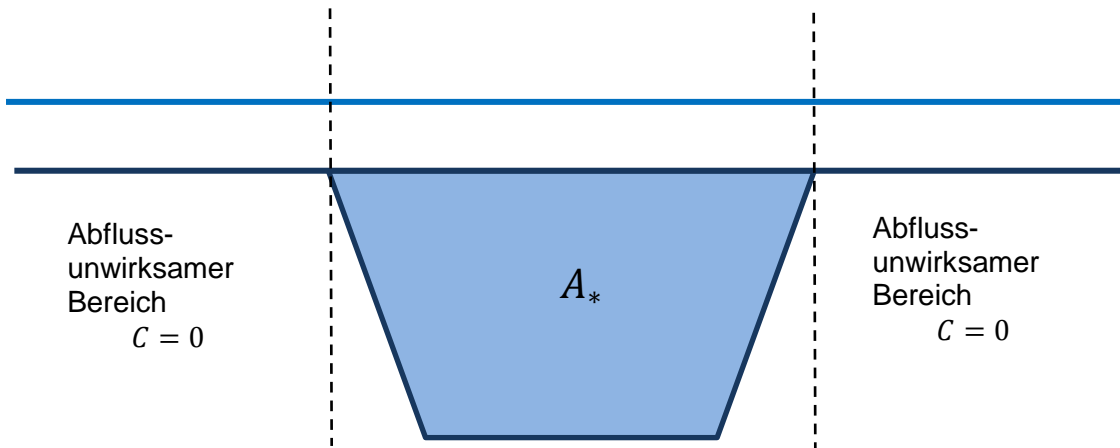
ermittelt. Die Widerstandsbeiwerte sind nun durch

$$\lambda_l = \left( -2 \log \left( \frac{k_l / b_l}{14,84} \right) \right)^{-2} \text{ und } \lambda_r = \left( -2 \log \left( \frac{k_r / b_r}{14,84} \right) \right)^{-2}$$

gegeben. Sobald die Abbruchbedingung erfüllt ist, werden die aktuellen Widerstandsbeiwerte und die Breiten  $b_l = b_l^{alt}$  und  $b_r = b_r^{alt}$  zurückgegeben.

#### 6.2.4 Abflussunwirksame Bereiche

In Jabron können Bereiche, in denen z. B. Wasser steht aber nicht fließt, als abflussunwirksam markiert werden. Um diese Information weiterzugeben, wird die Conveyance in diesen Bereichen als Null definiert. Damit trägt die entsprechende durchströmte Fläche nicht zum Abfluss bei. In der Conveyance als Funktion von der Fläche spiegelt sich dies in einer geringeren Steigung wieder.



## 7 Analysen zur Einstellung der Default-Parameter

Für die Simulation müssen Parameter gesetzt werden. Um ein gutes Ergebnis mit möglichst wenig Rechenaufwand zu erzielen, wird anhand von drei Testbeispielen eine optimale Parametereinstellung ermittelt. Diese wird als Default-Einstellung festgelegt. In manchen Fällen, kann es aber sinnvoll sein, die Parameter neu einzustellen.

### 7.1 Welche Parameter gibt es?

Für die Zeitschrittweitensteuerung wird die **minimale Zeitschrittweite** benötigt. Die Zeitschrittweite soll nicht mehr halbiert werden, wenn sie kleiner als die minimale Zeitschrittweite ist. Diese Schranke ist nötig, damit in Fällen, in denen das Newton-Verfahren nie konvergiert, keine Endlosschleife entsteht. Die minimale Zeitschrittweite ist also eine Abbruchbedingung für die Zeitschrittweitensteuerung. Für die Zeitschrittweitensteuerung gibt es mehrere Möglichkeiten die Zeitschrittweite zu wählen. Die verschiedenen Vorgehensweisen, die wir hier betrachten, werden als **Methoden** bezeichnet. Es werden vier verschiedene Methoden benutzt. Als Default-Methode wird diejenige eingestellt, die im Schnitt die wenigsten Newton-Aufrufe benötigt.

Im gedämpften Newtonverfahren treten mehrere Parameter auf. Die **Toleranz** legt fest, wie weit das Residuum der Näherungslösung Null entfernt sein darf. Die **maximale Anzahl der Halbierung des Dämpfungsparmeters** begrenzt die Anzahl der Halbierungen des Dämpfungsparmeters und ist damit eine Abbruchbedingung für die „Dämpfungs-Schleife“. Der letzte Parameter ist die **maximale Iterationszahl**, die die Anzahl der Schritte im Newton-Verfahren begrenzt.

### 7.2 Wie werden die Parameter variiert? Welche Auswirkungen werden erwartet?

Die Parameter haben unterschiedliche Einflüsse auf die Simulation. Welcher Parameter wie wirkt, wird im Folgenden beschrieben.

- **minimale Zeitschrittweite:** Falls die minimale Zeitschrittweite zu groß gewählt wird, konvergiert das Newton-Verfahren in vielen Fällen nicht. Die Lösung, die nach Abbruch des Verfahrens bestimmt wurde, ist damit unbrauchbar. Daher sollte die minimale Zeitschrittweite eher klein gewählt werden. Der Nachteil, der dadurch entsteht, ist eine evtl. sehr feine Unterteilung eines Makrozeitschritts in kleine interne Zeitschritte.
- **Methoden:** Die Methoden unterscheiden sich in zwei Vorgehensweisen, die jeweils „an“ oder „aus“ gestellt werden können. Durch die Kombination aller möglichen Einstellungen entstehen die vier Methoden. Diese werden unten näher beschrieben. Die Methoden legen die Anzahl der Aufrufe des Newton-Verfahrens zusammen mit der minimalen Zeitschrittweite fest. Da jeder Aufruf des Newton-Verfahrens teuer (rechenintensiv) ist, soll die Methode so gewählt sein, dass möglichst wenige Aufrufe stattfinden. Die Methoden sind daher ein sehr wichtiger Parameter.
- **Toleranz:** Die Toleranz wird vorläufig auf  $10^{-4}$  gesetzt. Eine Betrachtung dieses Parameters ist nicht geplant. Wählt man eine kleinere Toleranz, benötigt das Newton-Verfahren im allgemeinen mehr Schritte zur Konvergenz. Wählt man die Toleranz zu groß, ist die Lösung zu ungenau.
- **maximale Anzahl der Halbierung des Dämpfungsparmeters:** Ist die **maximale Anzahl der Halbierung des Dämpfungsparmeters** zu klein, trägt die Dämpfung nicht zur Konvergenz bei. Ist sie sehr groß, wird die Dämpfungs-Schleife sehr oft

durchlaufen. Besonders in Fällen, in denen keine Konvergenz möglich ist, weil die Zeitschrittweite zu groß ist, wird das Newton-Verfahren dann zu teuer.

- **Maximale Iterationszahl:** Die maximale Iterationszahl ist ein sehr wichtiger Parameter, da das Newton-Verfahren einerseits nur für hinreichend viele Schritte konvergiert, andererseits jeder Schritt teuer ist, da mindestens zwei Systeme gelöst werden müssen.

In der Zeitschrittweitensteuerung wird die Schrittweite so lange halbiert, bis das Newton-Verfahren konvergiert. Falls der aktuelle interne Zeitschritt kleiner ist als der Makrozeitschritt und der Rest des Makroschritts noch größer als die doppelte Schrittweite ist, wird der Zeitschritt wieder verdoppelt. Die erste Vorgehensweise bezieht sich auf die Verdopplung der Schrittweite.

In **Methode 1** und **Methode 3** findet die **Verdopplung immer** statt.

- Vorteil: möglichst große Schritte werden ausgeführt
- Nachteil: evtl. muss nach der Verdopplung wieder halbiert werden, weil der Schritt doch zu groß war

In **Methode 2** und **Methode 4** wird **nicht** mehr **verdoppelt**, falls die letzten **vier Zeitschrittweiten**, die zur Konvergenz führten, **gleich** waren, also wenn mehrmals verdoppelt und anschließend wieder halbiert wurde. Der Makroschritt wird dann mit der aktuellen internen Schrittweite vollendet.

- Vorteil: unnötiges Verdoppeln und anschließendes Halbieren wird vermieden
- Nachteil: evtl. könnte nach einiger Zeit ein größerer Schritt wieder erfolgreich sein, dieser wird aber nicht mehr ausprobiert

Die zweite Vorgehensweise bezieht sich auf die Übergabe der vorletzten internen Zeitschrittweite an den nächsten Makrozeitschritt. Das bedeutet entweder wird der neue Zeitschritt mit der Makrozeitschrittweite gestartet oder mit der doppelten vorletzten Schrittweite des vorherigen Schritts. Es wird nicht die letzte Schrittweite benutzt, da diese evtl. der Rest des Makrozeitschritts ist, der sehr klein sein kann. Die vorletzte Schrittweite wird direkt zu Beginn verdoppelt, falls die doppelte Schrittweite noch kleiner als der Makroschritt ist, analog zur Verdopplung bei erfolgreicher Berechnung. Diese Möglichkeit ist evtl. vorteilhaft, da eine kleine Schrittweite zum Schluss des letzten Schritts darauf hinweisen kann, dass das Newton-Verfahren für große Schritte nicht konvergiert.

**Methode 1** und **Methode 2** verwenden die Übergabe der Schrittweite **Methode 3** und **Methode 4** nicht. Die vier Methoden lassen sich wie in Tabelle 2 charakterisieren.

Tabelle 2: Charakterisierung der Methoden zur Zeitschrittweitensteuerung

Methode	Verdopplung	Übergabe der vorletzten Schrittweite
1	immer	ja
2	nur, wenn Schrittweite nicht stagniert	ja
3	immer	nein
4	nur, wenn Schrittweite nicht stagniert	nein

## 7.3 Testfälle

Um den Rechenkern zu testen, wurden 20 Testbeispiele mit verschiedenen Eigenschaften erstellt. Die Parameter werden so eingestellt, dass alle Testbeispiele mit möglichst wenig Rechenaufwand laufen. Das bedeutet die maximale Iterationszahl der Newton-Methode und die maximale Anzahl der Halbierungen der Dämpfung sollen klein sein, aber groß genug, um eine Zeitschritthalbierung zu vermeiden.

Für eine genaue Analyse wird einer der Testfälle erneut betrachtet.

- **Test 1:** „Dambreak“-Problem. Anfangsbedingung für die durchströmten Flächen: Stufe der Höhe  $75 \text{ m}^2$  bei halber Länge. 200 Profile, simulierte Zeit 60 Minuten, Zeitschrittweiten: 5 Minuten, 10 Minuten, 15 Minuten.

## 7.4 Auswertung

### 7.4.1 Maximale Iterationszahl und maximale Anzahl der Halbierungen des Dämpfungsparameters

Die Parameter werden so gewählt, dass die 20 Testbeispiele ohne Zeitschritthalbierungen laufen. Dabei wird die maximale Iterationszahl zuerst auf 10 gesetzt und die Zahl der maximalen Halbierungen erhöht, bis der Löser nicht mehr auf Grund unzureichender Dämpfung fehlerhafte Ergebnisse liefert. Dies stellt sich bei 40 Halbierungen ein. Nun wird die maximale Iterationszahl erhöht, bis keine Zeitschritthalbierungen mehr auftreten. Das ist für eine maximale Iterationszahl von 115 der Fall.

### 7.4.2 Methode

Obwohl in den 20 Testfällen keine Zeitschritthalbierungen auftreten, kann dies in der Praxis passieren. Um die vier Methoden zu vergleichen, wird die maximale Iterationszahl wieder auf 20 verringert. In Test 1 treten nun wieder Zeitschritthalbierungen auf, anhand derer die Methoden verglichen werden.

Methode	Newton-Aufrufe bei 5min-Makroschritt	Newton-Aufrufe bei 10min-Makroschritt	Newton-Aufrufe bei 15min-Makroschritt
1	30	26	24
2	32	36	24
3	29	25	25
4	32	33	25

Da in diesem Testfall Methode 3, die wenigsten Newton-Aufrufe erzielt, wird diese als Default-Methode eingestellt.

### 7.4.3 Minimale Zeitschrittweite

Die minimale Zeitschrittweite wird auf 0.01 Sekunden gesetzt, da kleinere Zeitschritte in der Praxis nicht brauchbar sind. Wird die minimale Zeitschrittweite erreicht, bricht das Programm ab.

### 7.4.4 Bisektion

Das Newton-Verfahren benötigt einen Startwert. Dieser Startwert sollte eine gute Schätzung der Nullstelle sein, damit das Verfahren in wenigen Schritten konvergiert. Eine solche



Schätzung kann man mit dem Bisektionsverfahren bestimmen. Dabei wird die Residuumsfunktion „entkoppelt“ indem jeweils alle Flächenwerte bis auf den Diagonaleintrag festgehalten werden. **Ist zur Zeit nicht aktiviert!**

## 8 Vergleich mit Jabron

In Jabron können **stationäre** Wasserstände für vorgegebene Abflusssituationen bestimmt werden. Erreicht der Rechenkern einen stationären Zustand, können die Ergebnisse mit denen aus Jabron verglichen werden.

Ein Vergleich wurde anhand des Trietbachs durchgeführt. Dabei wurden mehrere Rechenläufe berücksichtigt.

Es wurden sowohl verschiedene Abflusssituationen als auch Rechenläufe ohne Bauwerke und mit Bauwerken verglichen.

### 8.1 Vergleich: Ohne Bauwerke

Die Abflüsse wurden dabei jeweils auf 0,1 , 1 und 5 gesetzt.

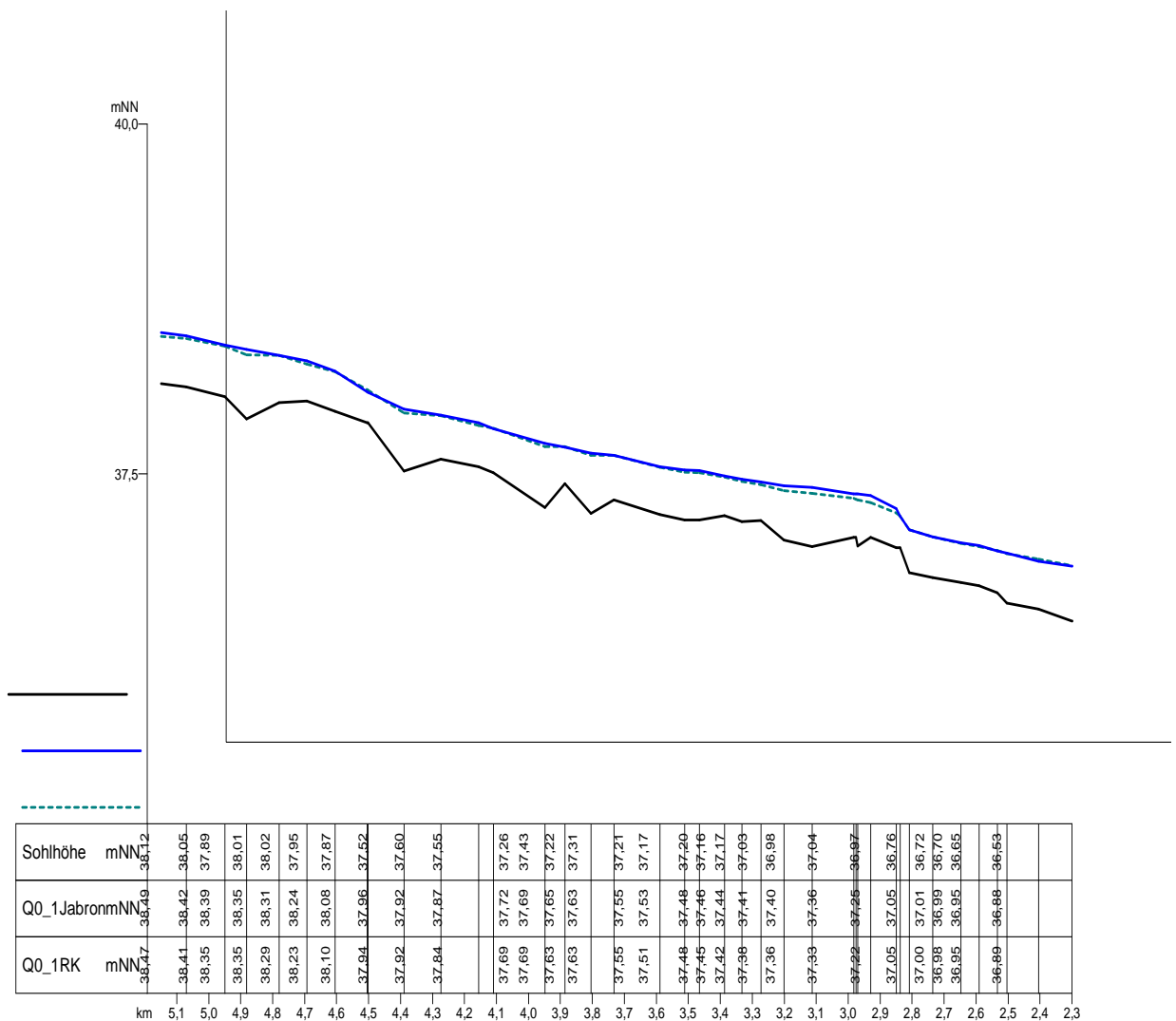


Abbildung 10: Vergleich der WSP ohne Bauwerke für Q=0,1

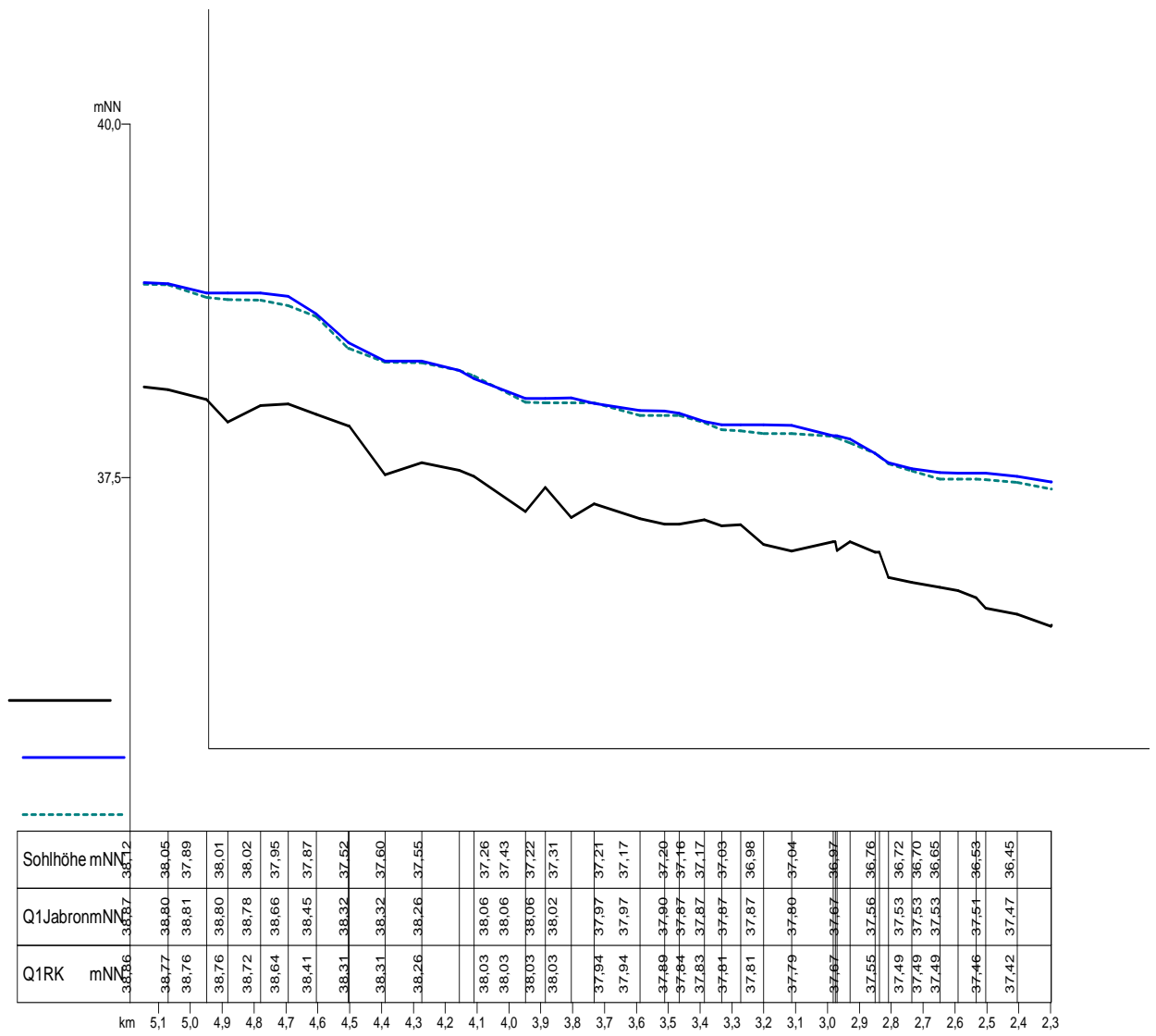


Abbildung 11: Vergleich der WSP ohne Bauwerke für Q=1



## 8.2 Vergleich: Mit Bauwerken

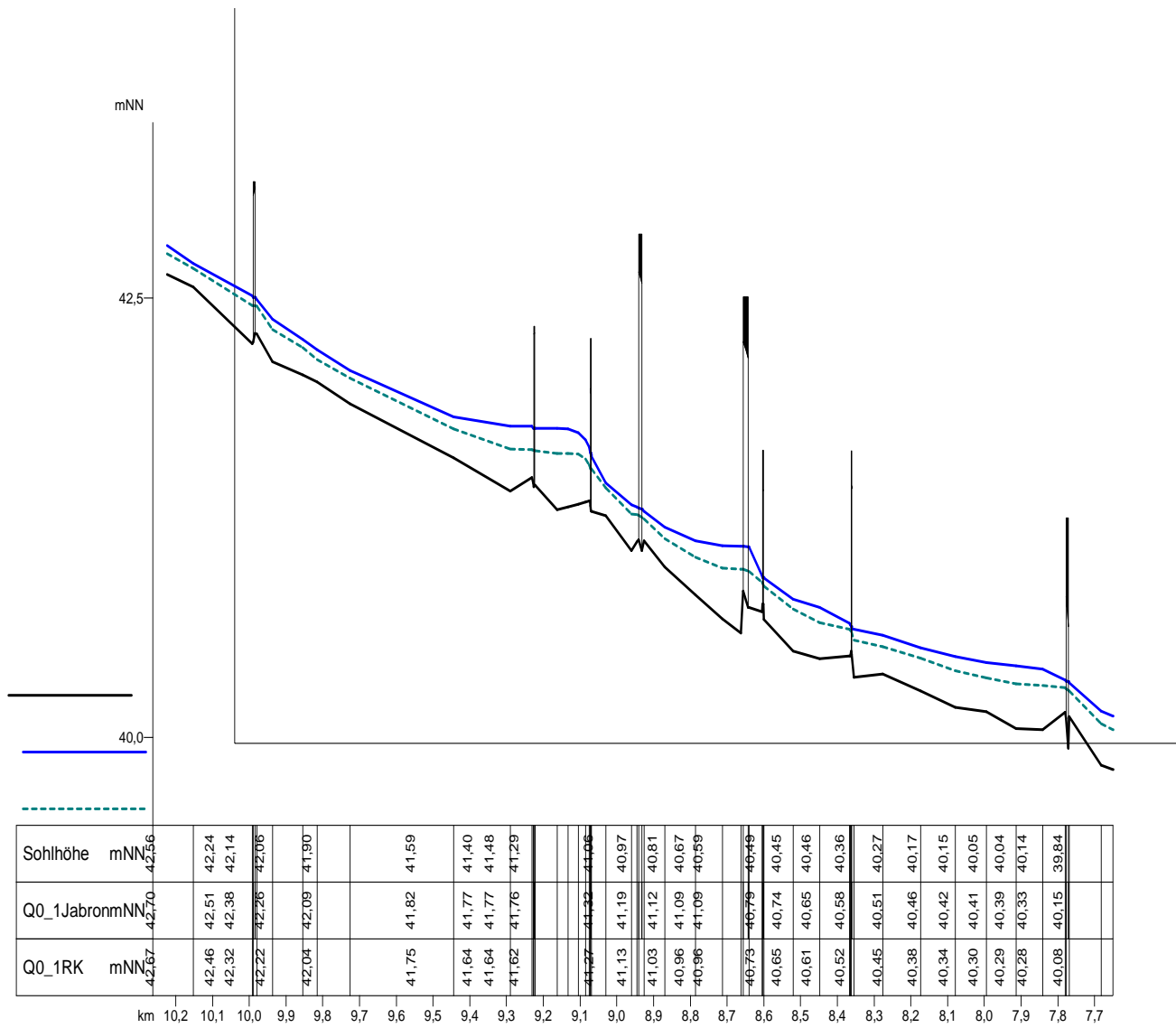


Abbildung 13: Vergleich der WSP mit Bauwerken für Q=0,1

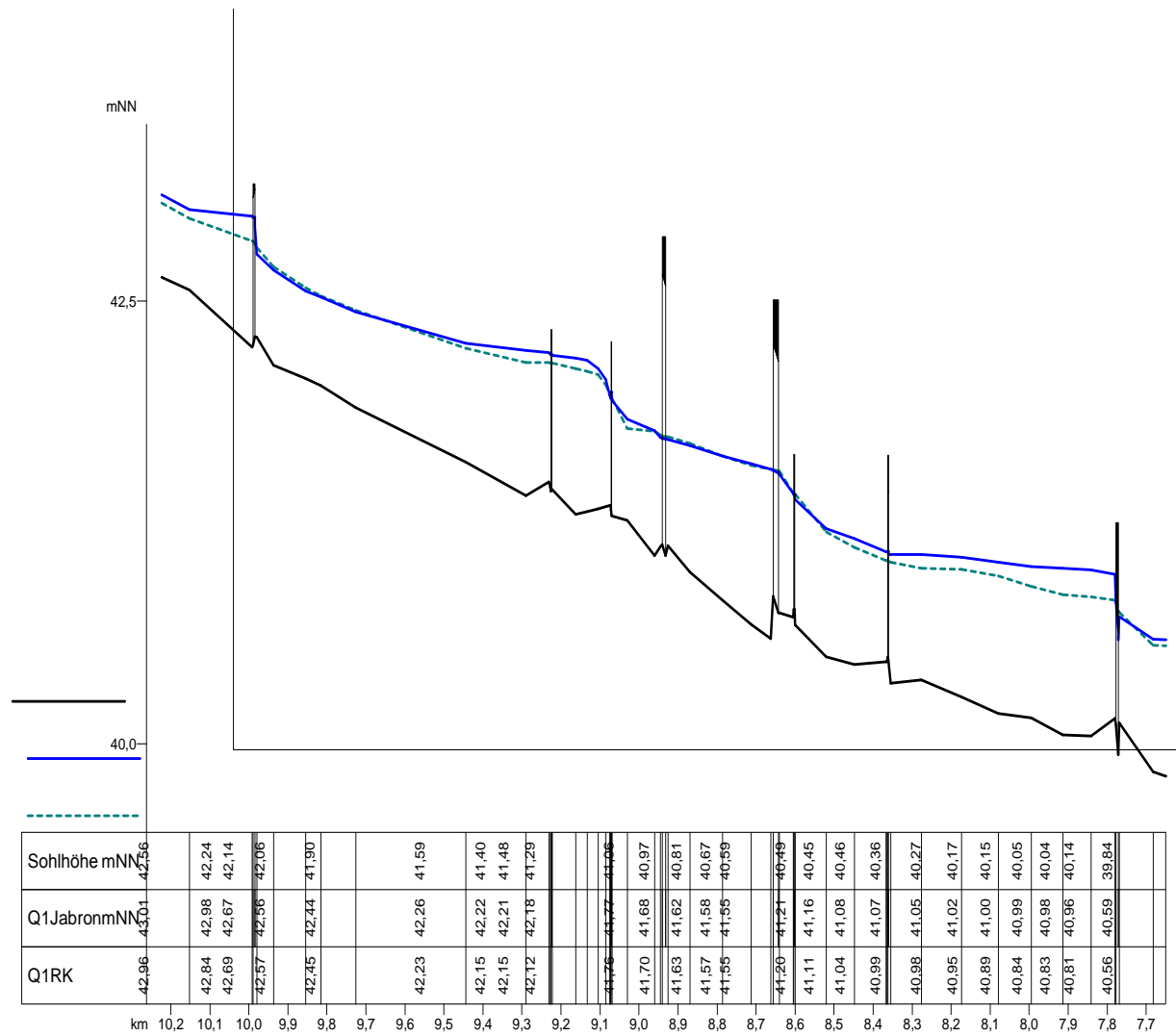


Abbildung 14: Vergleich der WSP mit Bauwerken für Q=1

Abbildung 13 bis Abbildung 15 zeigen die mit Jabron und dem Rechenkern bestimmten Wasserspiegle für die verschiedenen Abflüsse mit Bauwerken. Hier wurde der Abschnitt von Flusskilometer 7,7 bis 10,2 gewählt, da er eine repräsentative Verteilung der Bauwerke enthält. Bei Q=0,1 ist der maximale Unterschied der WSP im gewählten Bereich 14 cm, bei Q=1 15 cm und bei Q=5 14 cm. Im gesamten Verlauf treten an einzelnen Stellen Unterschiede der Größenordnung 20 - 30 cm auf.



$$\frac{\partial(\frac{Q^2}{A})}{\partial x} + \frac{\partial Q}{\partial t} + gA \frac{\partial y}{\partial x} - \underbrace{gAS_f}_{\text{Normalabfluss}} = 0 \quad \frac{\partial Q}{\partial x} + \frac{\partial A}{\partial t} = 0$$

$\underbrace{\hspace{10em}}_{\text{kinematische Wellenapproximation}}$   
 $\underbrace{\hspace{10em}}_{\text{diffuse Wellenapproximation}}$   
 $\underbrace{\hspace{10em}}_{\text{dynamische Wellenapproximation (St. Venant)}}$

Da wir eine stationäre Lösung betrachten und damit keine zeitliche Änderung vorhanden ist, ist die Wellenfortpflanzung  $\frac{\partial}{\partial t} Q$  identisch Null und ist damit für die Unterschiede im WSP nicht verantwortlich. Also sind die Unterschiede auf den Beschleunigungsterm  $\frac{\partial}{\partial x} \frac{Q^2}{A}$  zurück zu führen.

Da an Bauwerken meist Verengungen und Aufweitungen auftreten, sieht man an diesen Stellen den Effekt, der durch die Vernachlässigung des Beschleunigungsterms entsteht.



## 9 Anwendungsbeispiel: Niers

Als Anwendungsbeispiel wurde der Oberlauf der Niers sowohl mit NASIM als auch mit dem Rechenkern simuliert.

Dabei wurde der Abschnitt der Niers zwischen den Pegeln Klippertsmühle (Flusskilometer 95,81) und Trabrennbahn (Flusskilometer 91,64), sowie der gesamte Trietbach (Flusskilometer 0 – 13,36) betrachtet.

Am Pegel Trabrennbahn steht uns die gemessene Ganglinie zur Verfügung. An dieser Stelle wurden die NASIM-Ganglinie und die Rechenkern-Ganglinie mit der gemessenen verglichen.

Im Gegensatz zum Kalinin-Miljukov-Verfahren, worauf NASIM basiert, werden Rückstaueffekte durch die Diffuse Wellenapproximation (RK) abgebildet. Diese Effekte konnten an der Trietbachmündung beobachtet werden.

### 9.1 Modellaufbau

Das Niers/Trietbach-Beispiel enthält 318 Profile, die im Rechenkern als Knoten dargestellt werden. Jedem Knoten ist eine Tabelle der Conveyance und Wasserhöhe in Abhängigkeit von der durchströmten Fläche zugeordnet. Diese Tabellen wurden vorab in Jabron bestimmt und per XML-Datei an den Rechenkern weitergegeben (siehe Kapitel 6).

Am Pegel Klippertsmühle wurde die Ganglinie als Eingangsdaten eingesetzt. In NASIM bedeutet das, es wurde mit Pegelganglinien gerechnet; im Rechenkern wurde die Ganglinie als Randdaten an das entsprechende Profil angehängt.

Um seitliche Zuflüsse und Zwischengebietsabflüsse im Rechenkern berücksichtigen zu können, wurden Binärzeitreihen mit den entsprechenden Daten aus NASIM exportiert.

Im Rechenkern werden externe Zuflüsse als Randdaten, die einzelnen Profilen zugeordnet sind, behandelt. Teilgebietsabflüsse werden als Quellterme dargestellt, die gleichmäßig auf alle Profile, die zu dem entsprechenden Teilgebiet gehören, aufgeteilt werden. Daher ist eine Zuordnung der Profile zu den NASIM-Teilgebieten erforderlich.

Die Zuordnung der Zeitreihen, die die Randdaten darstellen, zu den Profilen, an die sie angeschlossen werden, und die Zuordnung der Quellterme, finden ebenfalls jeweils durch eine XML-Datei statt. Eine weitere XML-Datei steuert die Simulationsoptionen. Diese umfassen, den zu simulierenden Zeitraum, die Zeitschrittweite und Ausgabeoptionen.

### 9.2 Vergleich der Ganglinien

Abbildung 16 zeigt die Ganglinien für den September 2007. Die Berechnungen von NASIM und dem Rechenkern liegen bei stärkeren Abflüssen höher als die gemessene Ganglinie. Dies rührt daher, dass in NASIM die Entstehung der Abflüsse in den Teilgebieten überschätzt wird.

Dies ist im Wesentlichen über die gesamten 5 Jahre zu beobachten. An einzelnen Stellen – bei Hochwasser – unterscheidet sich die Ganglinie des Rechenkerns stärker von der NASIM-Ganglinie. Das ist darauf zurück zu führen, dass Rückstaueffekte durch die Diffuse Wellenapproximation berücksichtigt werden, was mit dem Kalinin-Miljukov-Verfahren nicht möglich ist. In diesen Fällen ist der maximale Abfluss des Rechenkerns niedriger als der von NASIM berechnete und kurz danach etwas höher, da Wasser in den Trietbach geflossen ist. In Abbildung 17 zeigt eine solche Situation beim Hochwasser vom 15./16.8.2010.

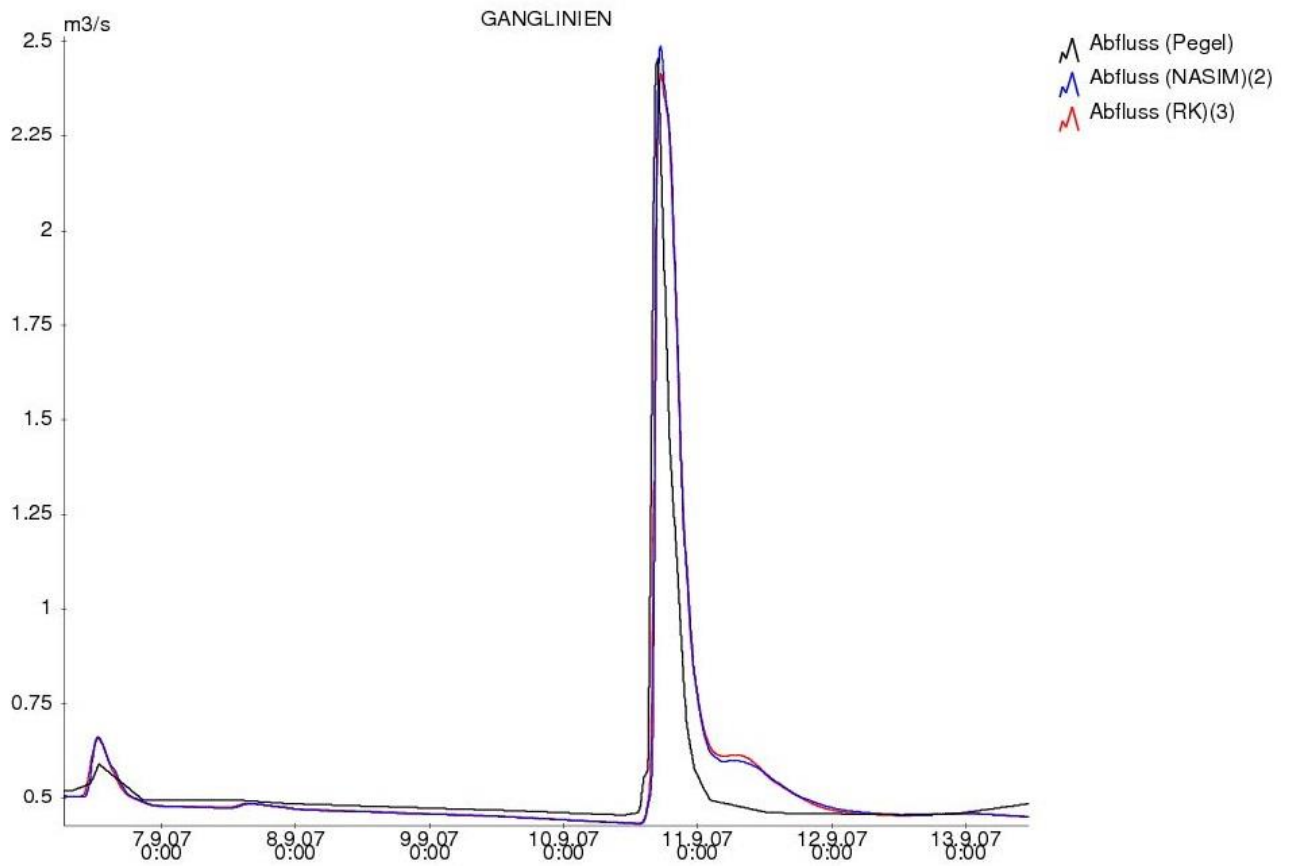


Abbildung 16: Ganglinien am Pegel Trabrennbahn, 7.9.2007 - 13.9.2007

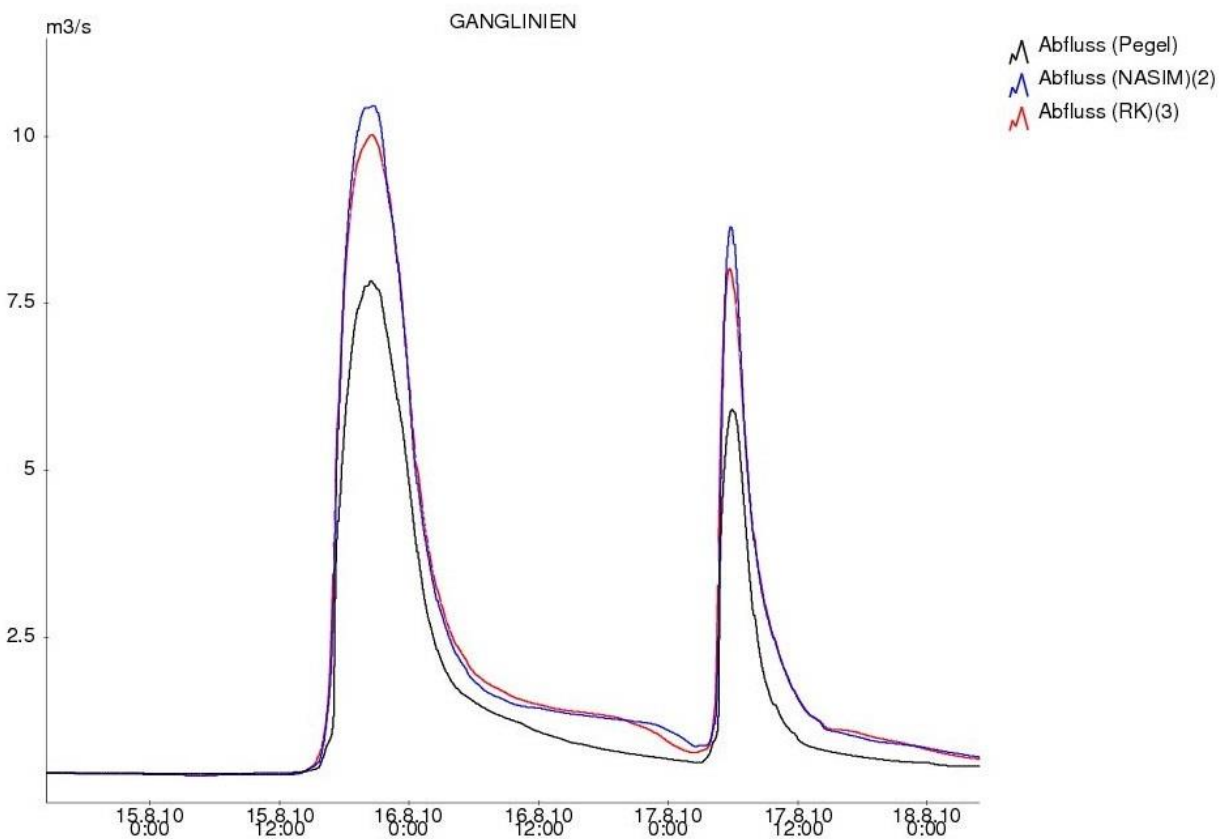


Abbildung 17: Ganglinien am Pegel Trabrennbahn beim Hochwasser am 15/16.08.2010

### 9.3 Rückstaueffekte

Wie schon beschrieben, werden Rückstaueffekte im Rechenkern abgebildet.

Um dies zu veranschaulichen ist in Abbildung 18 bis Abbildung 20 der im dem Rechenkern berechnete Wasserspiegle der Niers und des Trietbachs für jeweils einen Längsschnitt im Mündungsbereich zu verschiedenen Zeiten des Hochwasserereignisses vom 15./16.8. 2010 dargestellt.

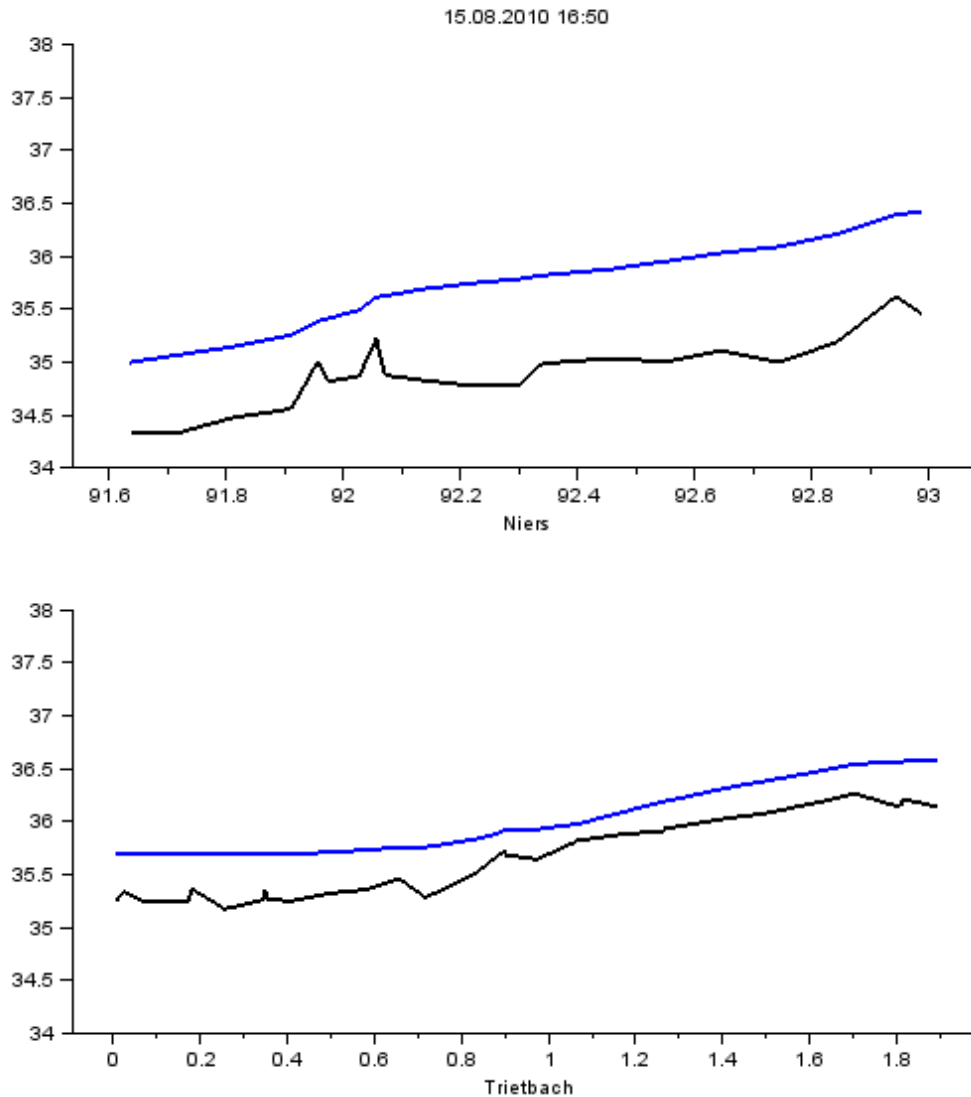


Abbildung 18: WSP – Hochwasser

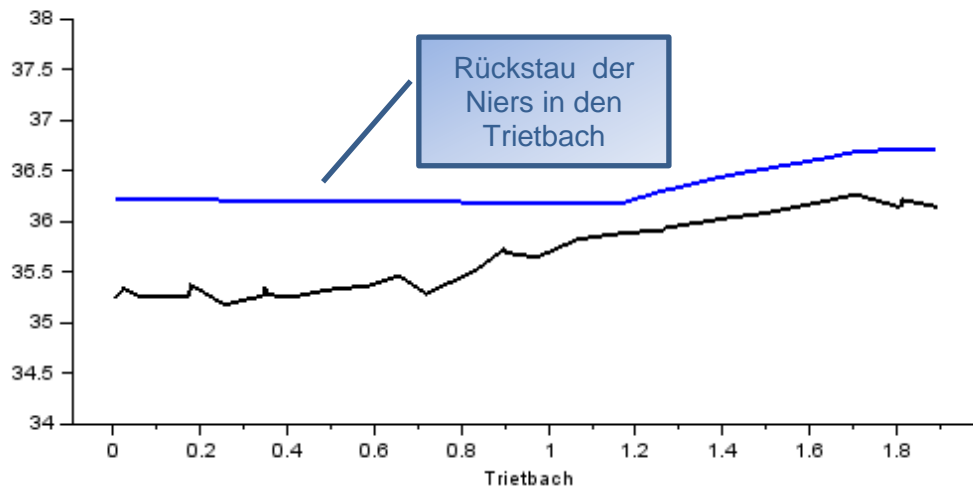
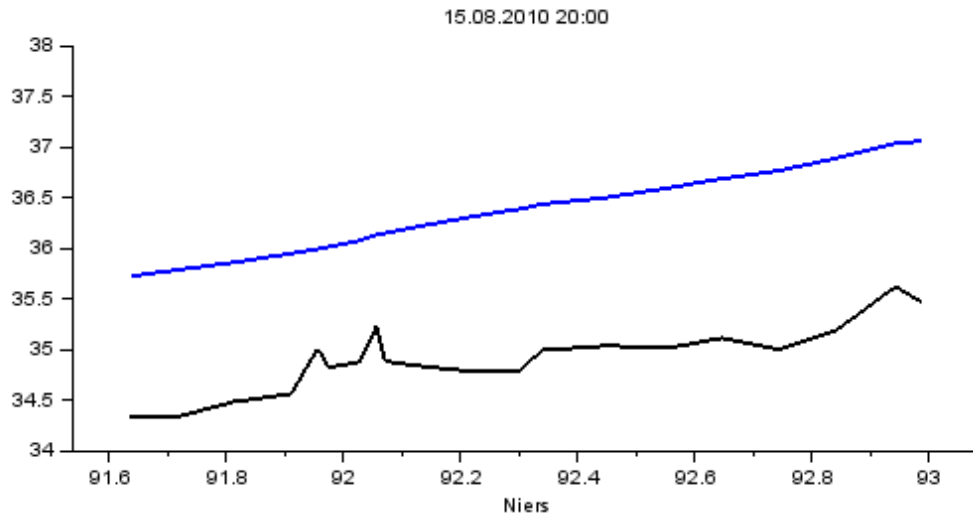


Abbildung 19: WSP - Rückstau in den Trietbach

Abbildung 18 zeigt den Wasserstand am 15.8.2010 um 16:50 Uhr. Sowohl in der Niers als auch im Trietbach ist das Wasser bereits angestiegen. Der Trietbach kann aber noch in die Niers abfließen.

Um 20:00 Uhr (Abbildung 19) ist der Wasserspiegel im Trietbach an Flusskilometer 0, also der Mündung, höher als ca. 1,2 Kilometer flussaufwärts. Hier ist also der Rückstau zu erkennen. Nach einiger Zeit kann das Wasser aus dem Trietbach wieder in die Niers abfließen, wie Abbildung 20 zeigt.

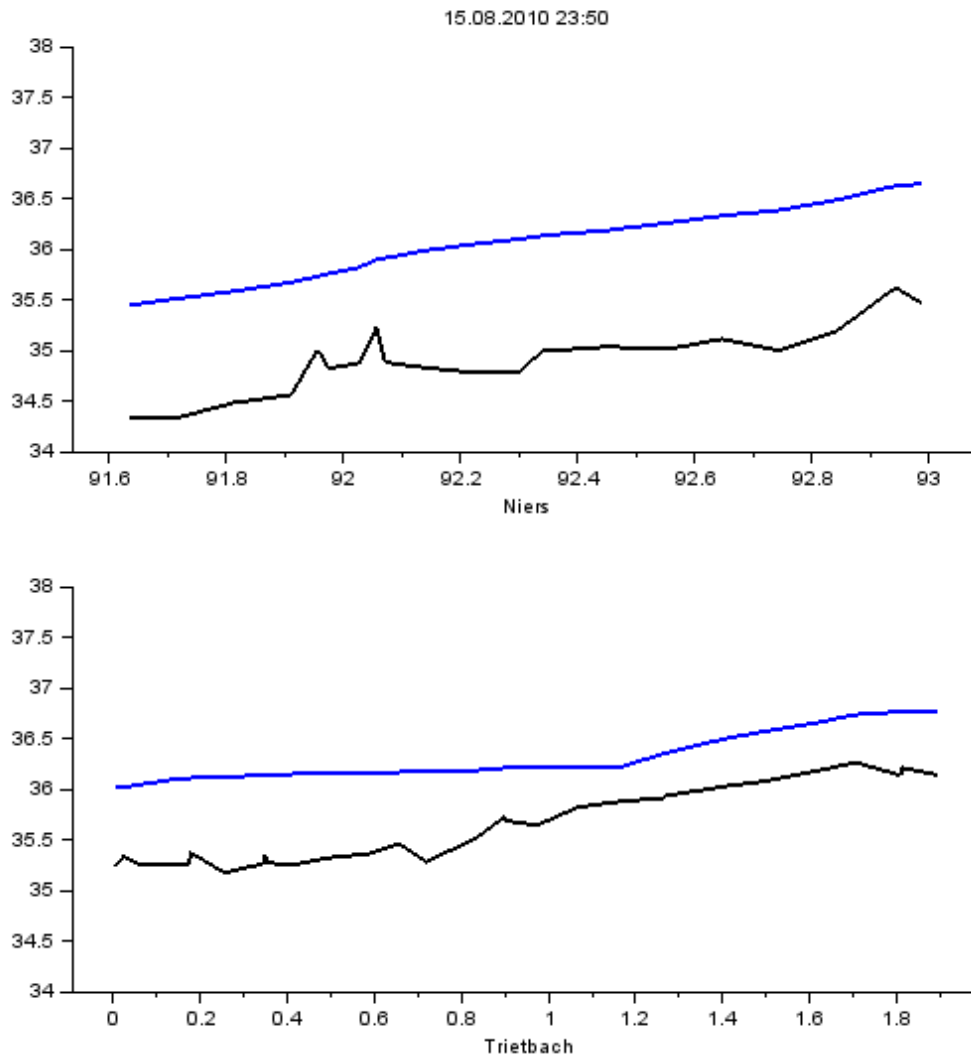


Abbildung 20: WSP - Wasser fließt wieder aus Trietbach ab

## 9.4 Rechenzeiten

Zur Simulation von 4 Jahren mit 5-Minuten-Zeitschritten und 318 Querprofilen benötigte der Rechenkern auf einem Computer mit 8 GB Arbeitsspeicher und einem Intel® Xeon® Quad-Core Prozessor 3.07GHz 3.06 GHz 36 Minuten und 15 Sekunden.

Dabei wurden Ergebnisse in Form von txt-Dateien und uvf-Zeitreihen exportiert. Ohne die Datenausgabe verringerte sich die Rechenzeit auf 25 Minuten und 36 Sekunden.